


# CARTAS DE CONTROLE PARA VARIÁVEIS

Gestão da Qualidade

Prof. Eveline Pereira

- 
- As variáveis podem seguir vários tipos de distribuição de probabilidade, o que dificultaria os cálculos dos limites de controle.
  - No entanto, a maioria das aplicações do controle estatístico do processo utiliza o **teorema do limite central** que será apresentado na sequência.

# Teorema do Limite Central



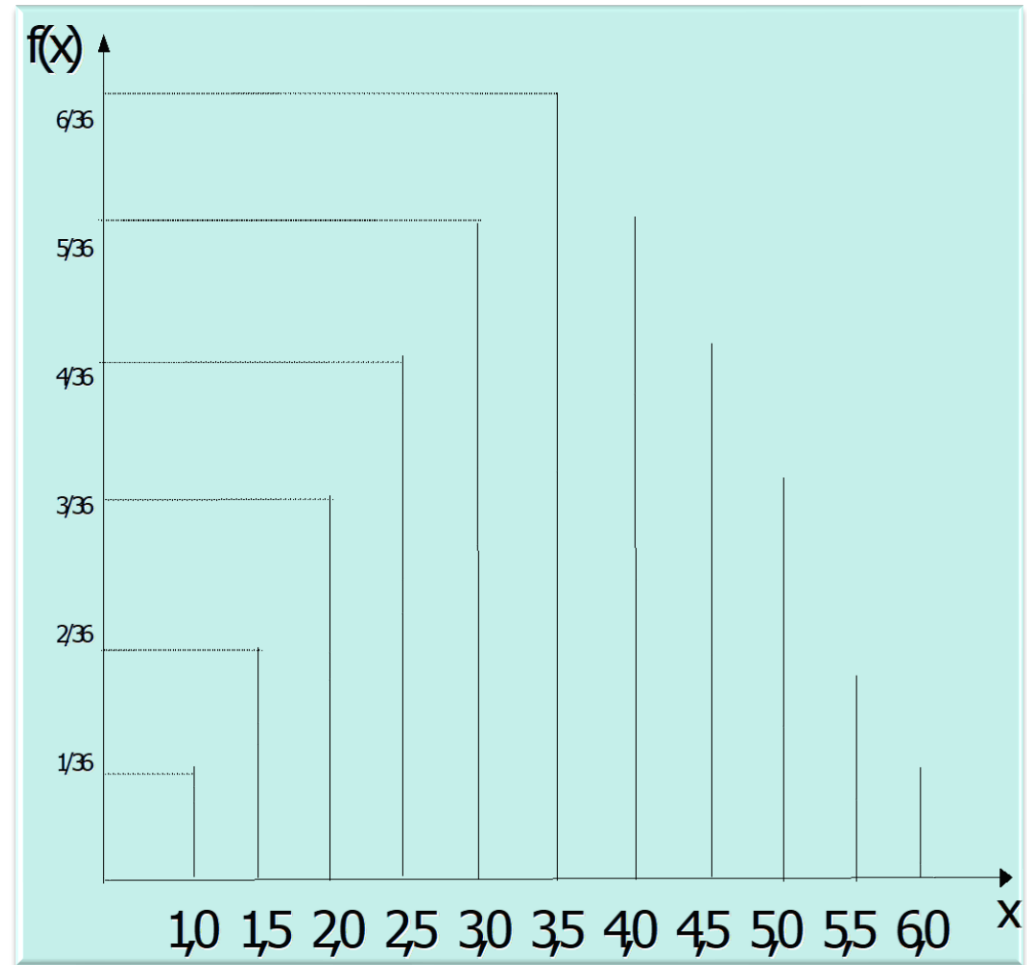
- Indica que a soma (e por consequência, a média) de  $n$  variáveis independentes seguirá o modelo da Distribuição Normal, independentemente da distribuição das variáveis individuais.
- A aproximação melhora na medida em que  $n$  aumenta.

# Exemplo

- A distribuição de probabilidade da variável resultante do lançamento de um dado segue a distribuição uniforme, ou seja, qualquer valor (1, 2, 3, 4, 5, 6) tem a mesma probabilidade ( $1/6$ ) de ocorrer.
- No entanto, se ao invés de lançar um dado, sejam lançados dois dados e calculada a média, essa média seguirá uma distribuição **aproximadamente** Normal como pode-se visualizar no histograma a seguir.

# Tabela de Frequência

Média de dois dados	Frequência
1,0	1
1,5	2
2,0	3
2,5	4
3,0	5
3,5	6
4,0	5
4,5	4
5,0	3
5,5	2
6,0	1



# Distribuição Amostral das Médias

- O Teorema do Limite Central é básico para a maioria das aplicações do controle estatístico da qualidade.
- A partir do Teorema do Limite Central, sabe-se que a distribuição amostral das médias apresenta:

$$\bar{\bar{x}} \cong \mu \qquad \sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

	População	Amostra
Média	$\mu$	$\bar{x}$
Desvio-padrão	$\sigma$	S

# Exemplo

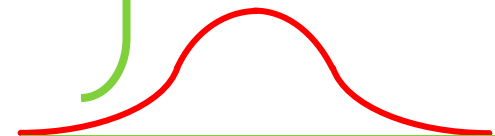
- Um pesquisador deseja saber média da idade dos alunos de pós-graduação. Supondo que a **população dos alunos** seja:

25	35	24	43	35	22	49	56
34	26	35	52	40	35	35	25
61	42	58	56	45	40	38	45
33	53	22	35	23	25	36	39

$$\mu = \frac{\sum x_i}{N} = \frac{25 + \dots + 39}{32} = 38,19$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \mu)^2}{N}} = \sqrt{\frac{(25 - 38,19)^2 + \dots + (39 - 38,19)^2}{32}} = 11,11$$

**População**  
**n = 32**



- Supondo que os dados fossem coletados em 8 (k) amostras de tamanho 4 (n).

	1	2	3	4	5	6	7	8
	25	35	24	43	35	22	49	56
	34	26	35	52	40	35	35	25
	61	42	58	56	45	40	38	45
	33	53	22	35	23	25	36	39
<b>Média (x)</b>	<b>38,25</b>	<b>39</b>	<b>34,75</b>	<b>46,5</b>	<b>35,75</b>	<b>30,5</b>	<b>39,5</b>	<b>41,25</b>
<b>Desvio (S)</b>	<b>15,69</b>	<b>11,40</b>	<b>16,52</b>	<b>9,40</b>	<b>9,43</b>	<b>8,43</b>	<b>6,45</b>	<b>12,92</b>



$$\bar{\bar{x}} = \frac{\sum \bar{x}_i}{k} = \frac{38,25 + 39 + 34,75 + 46,5 + 35,75 + 30,5 + 39,5 + 41,25}{8} = 38,19$$

$$\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sum (\bar{x}_i - \bar{\bar{x}})^2}{k-1}} = \sqrt{\frac{(38,25 - 38,19)^2 + \dots + (41,25 - 38,19)^2}{8-1}} = 4,75$$

$$\bar{\bar{x}} = 38,19 \quad (\mu = 38,19)$$

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{11,11}{\sqrt{4}} = 5,55$$





- Supondo que os dados fossem coletados em 4 (k) amostras de tamanho 8 (n)

	1	2	3	4
	25	24	35	49
	34	35	40	35
	61	58	45	38
	33	22	23	36
	35	43	22	56
	26	52	35	25
	42	56	40	45
	53	35	25	39
<b>Média (x)</b>	<b>38,62</b>	<b>40,62</b>	<b>33,12</b>	<b>40,37</b>
<b>Desvio (S)</b>	<b>12,71</b>	<b>13,94</b>	<b>8,74</b>	<b>9,50</b>

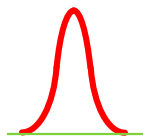


$$\bar{\bar{x}} = \frac{\sum \bar{x}_i}{k} = \frac{38,62 + 40,62 + 33,12 + 40,37}{4} = 38,19$$

$$\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sum (\bar{x}_i - \bar{\bar{x}})^2}{k-1}} = \sqrt{\frac{(38,62 - 38,19)^2 + \dots + (40,37 - 38,19)^2}{4-1}} = 3,49$$

$$\bar{\bar{x}} = 38,19 \quad (\mu = 38,19)$$

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{11,11}{\sqrt{8}} = 3,93$$



# Conclusão:

- 1 - A média das médias amostrais é igual a média dos valores individuais

$$\bar{\bar{x}} = 38,19 \quad (\mu = 38,19)$$

- 2 - O desvio padrão das médias é menor que o desvio padrão dos valores individuais na proporção  $1/\sqrt{n}$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \mu)^2}{N}} = \sqrt{\frac{(25 - 38,19)^2 + \dots + (39 - 38,19)^2}{32}} = 11,11$$

- Para  $n = 8$ ,  $1/\sqrt{8} = 1/2,82842\dots = 0,3535$

- $11,11 \times 0,3535 = 3,9279\dots$

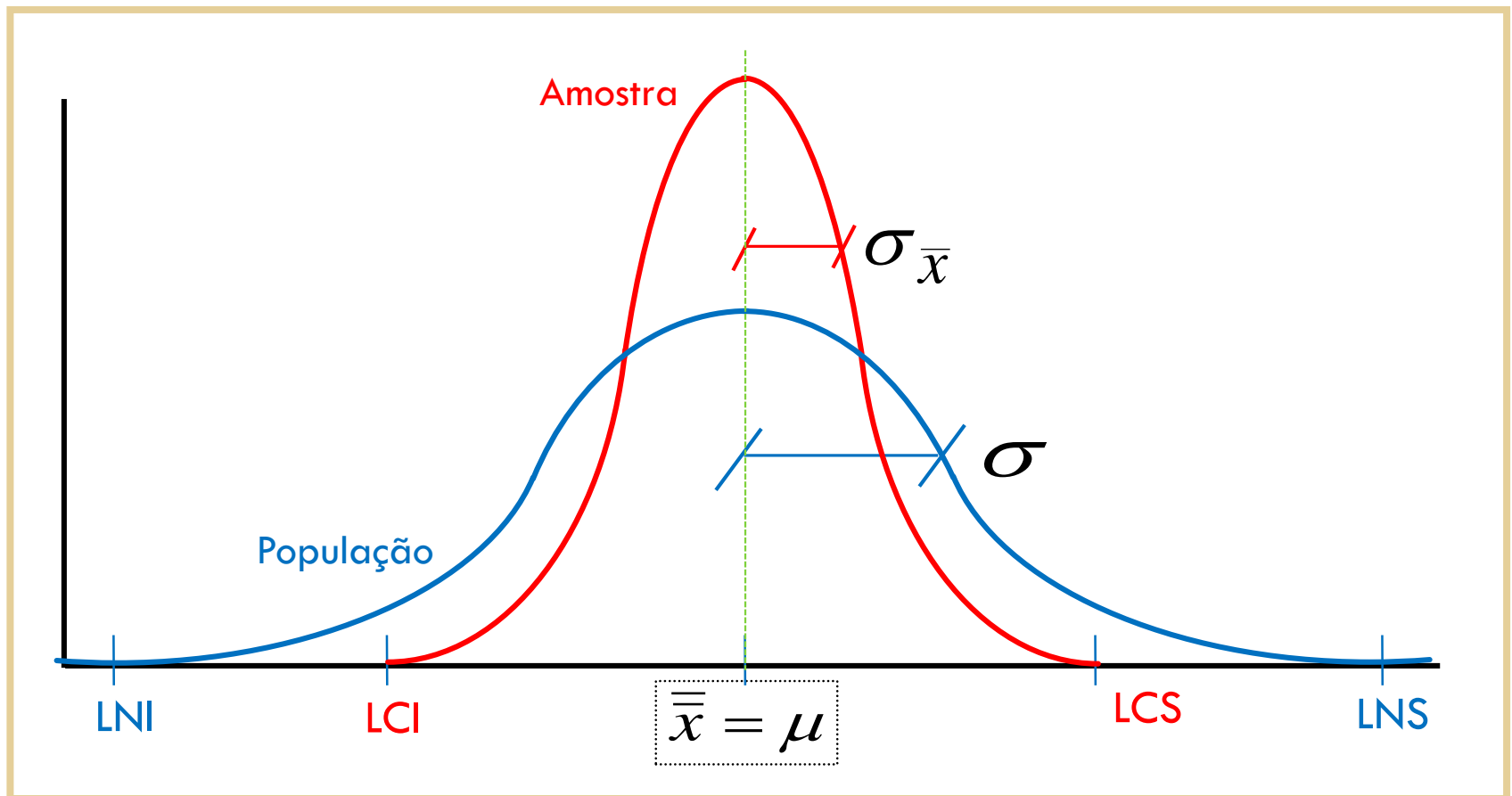
$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{11,11}{\sqrt{8}} = 3,93$$

- Para  $n = 4$ ,  $1/\sqrt{4} = 1/2 = 0,5$

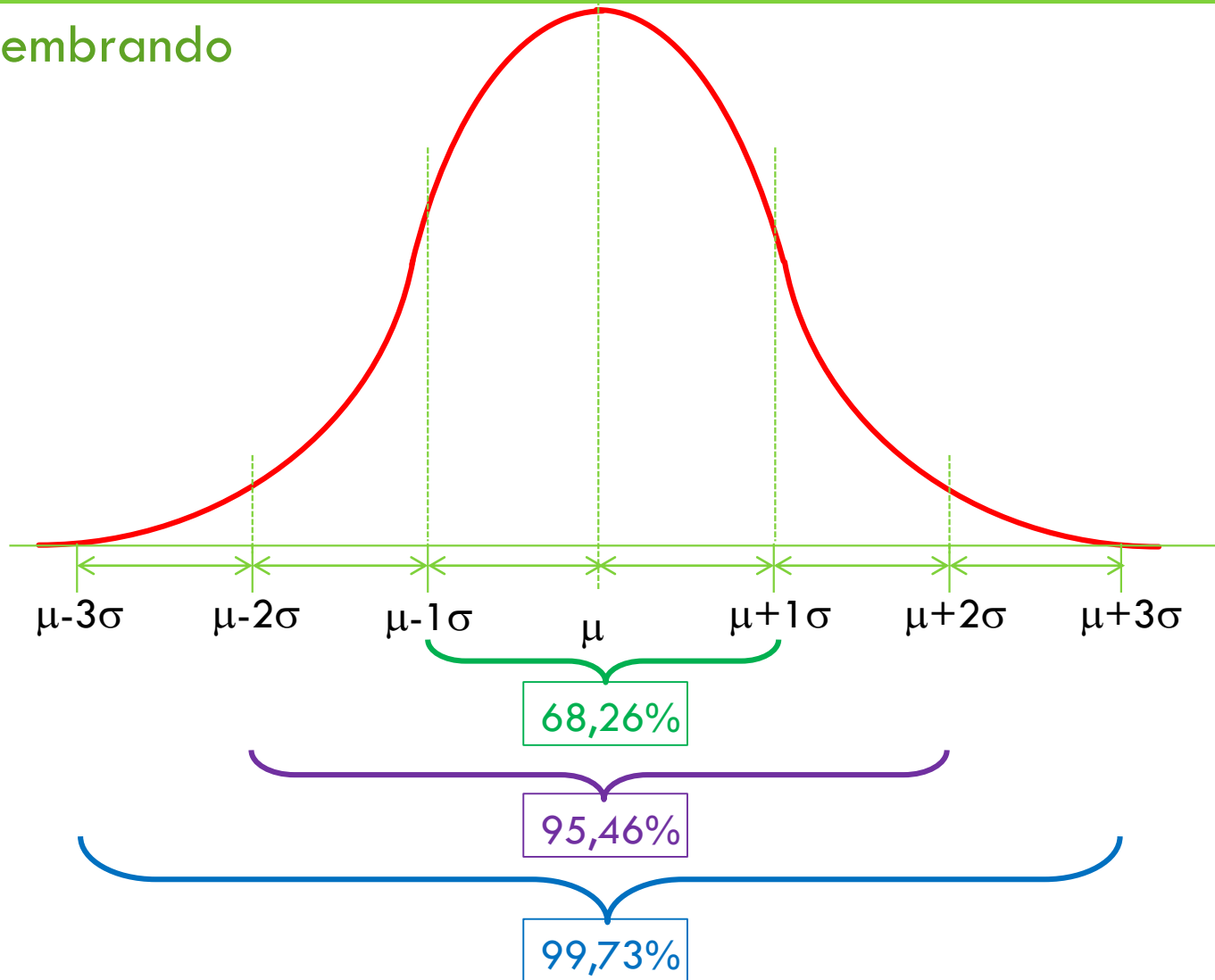
- $11,11 \times 0,5 = 5,55\dots$

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{11,11}{\sqrt{4}} = 5,55$$

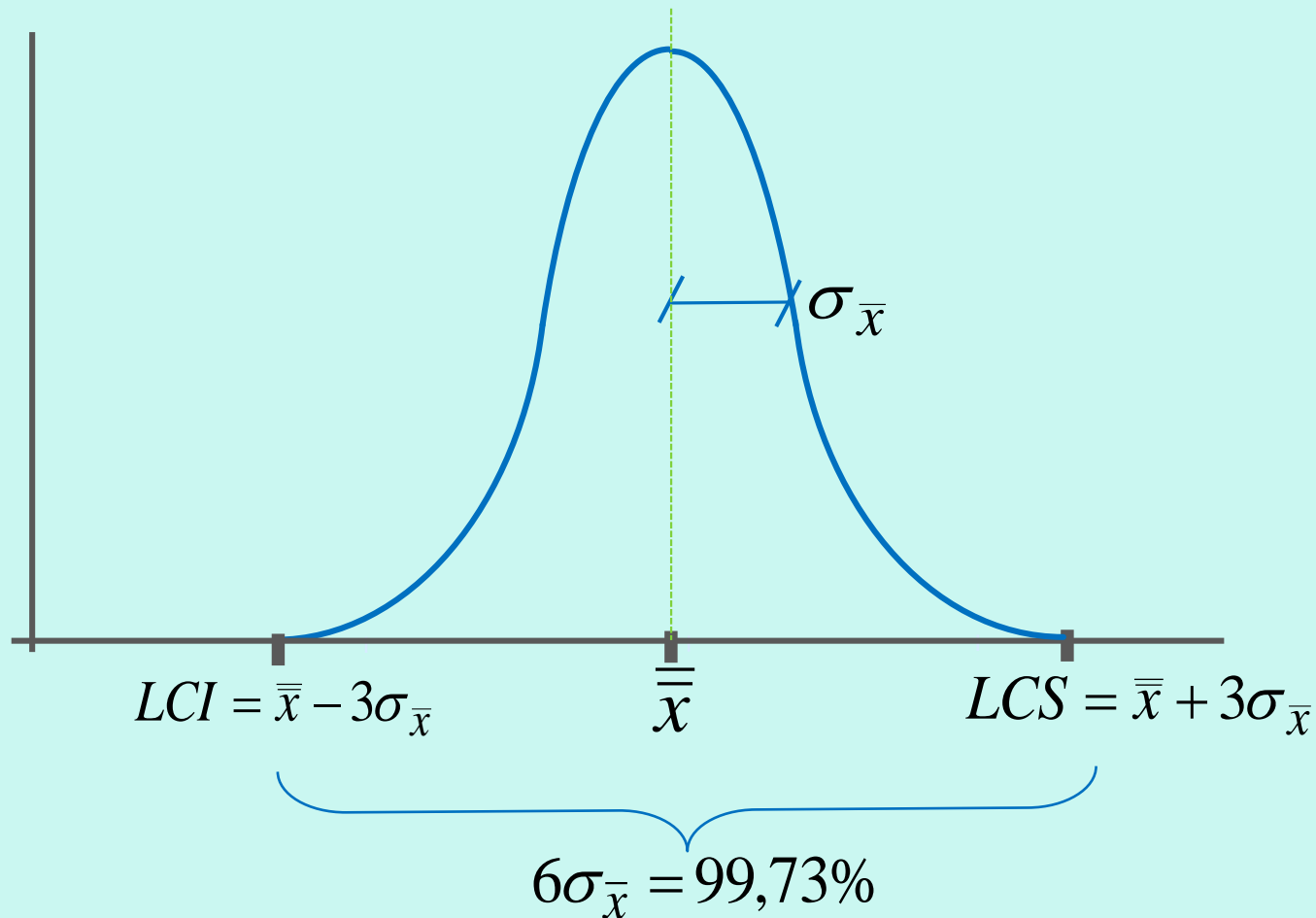
# Distribuição dos valores individuais e Distribuição amostral das médias



## Relembrando



# Distribuição Amostral das Médias



# CARTAS DE CONTROLE PARA MÉDIA E AMPLITUDE (X-R)

Gestão da Qualidade  
Prof. Eveline Pereira

- No controle da qualidade através deste gráfico, deve-se controlar o valor médio de desempenho do processo e também a sua variabilidade.
  - Carta da média ( $\bar{x}$ ): controle do valor médio
  - Carta do desvio padrão ( $s$ ) e amplitude ( $R$ ): controle da variabilidade

Obs.: Para tamanho do subgrupo,  $n > 10$ , use desvio-padrão  $s$  em vez de amplitude  $R$ .

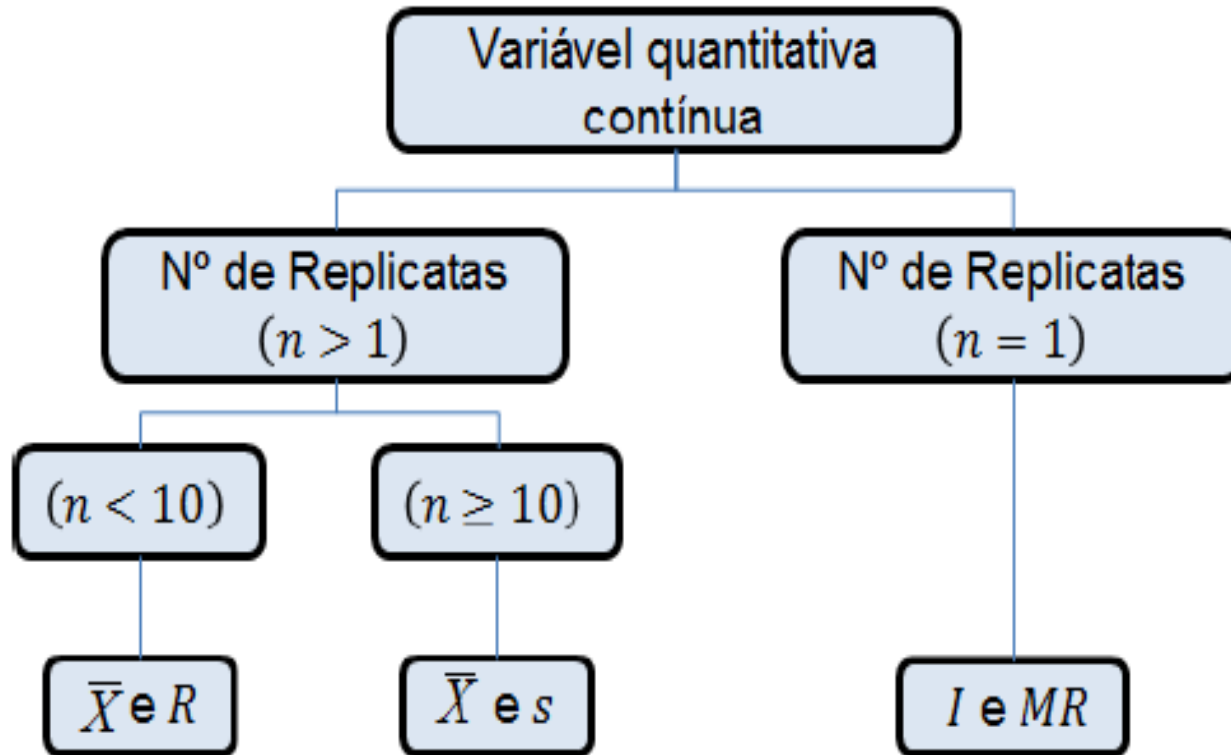


Figura 20: Esquema para construção das cartas de controle para variáveis de acordo com o número de replicatas em cada subgrupo.



# Interpretação das CC

- **Valores de  $\bar{x}$  fora dos limites de controle são evidência de uma mudança geral afetando todas as peças depois do primeiro subgrupo fora dos limites.**
  - Causas típicas são mudança no material, pessoal, ajuste de máquinas, desgaste de ferramentas, temperatura ou vibração
- **Valores de R fora do limites de controle são evidencia de que a uniformidade do processo mudou.**
  - Causas típicas são mudança de pessoal, aumento de variabilidade de material ou desgaste excessivo no maquinário do processo.
  - Em caso de aumento repentino em R, isto seria um alerta quanto a um acidente iminente no maquinário.

# Confecção das CC

A aplicação mais tradicional do controle estatístico do processo, as cartas de controle de **média** ( $\bar{x}$ ) e **amplitude** ( $R$ ), são detalhadas na sequência.

- Passo 1: Coleta de dados
- Passo 2: Cálculo dos limites de controle
- Passo 3: Interpretação da estabilidade do processo
- Passo 4: Interpretação da capacidade do processo

# (1) Coleta de dados

- ❑ Os dados devem ser coletados em **pequenas amostras (subgrupos)** de tamanho constante.
- ❑ Em geral, **3 a 6 peças consecutivas** formam uma amostra.
- ❑ As peças dentro de uma amostra são produzidas em condições muito similares e, portanto, a **variabilidade** dentro de cada amostra será, primariamente, **devido às causas comuns**.
- ❑ As amostras devem ser coletados a uma **frequência periódica**, por exemplo, 1 subgrupo a cada 15 minutos, 2 por lote, etc...

# (1) Coleta de dados (cont.)

- ❑ A frequência de amostragem deve ser definida de forma que **exista uma chance potencial de mudança** dos resultados de uma amostra para a outra.
- ❑ A frequência de amostragem deve ser selecionada de forma a **maximizar a chance de ocorrer diferenças** entre amostras.
- ❑ A definição de tamanho de amostra e frequência de amostragem mais econômicos poderiam ser definidos apenas se forem conhecidos a **estabilidade do processo**, os **custos de amostragem**, os **custos de investigação e correção de causas especiais** e o **custo de fabricar peças fora de especificação**.

# Desenho das cartas de controle

- A planilha deve conter:
  - Um cabeçalho para a completa identificação da característica que está sendo medida.
  - Um quadro para anotações dos valores individuais medidos, com espaço para cálculo da média e da amplitude de cada amostra.
  - A carta de médias
  - A carta de amplitudes

# Cartas de controle para $\bar{X}$ e R

Nome da parte	Tanque de óleo	Especificações	30 a 90 microns
Número da parte	0012-5	Instrumento	Micrometro
Operação	Pintura externa	Amostra/Freq.	5 /2 horas
Máquina	025	Unidade	microns
Característica	Recobrimento	Carta No.	03

Data	6/3					7/3					8/3				
Hora	8	10	12	14	16	8	10	12	14	16	8	10	12	14	16
Operador	A	A	A	B	B	A	A	A	B	B	A	A	A	B	B
1	65	75	80	65	80	75	80	70	85	65	75	85	70	70	75
2	70	70	70	65	60	70	75	65	85	65	60	65	75	65	80
3	75	80	70	65	80	60	65	75	75	65	75	75	75	85	85
4	60	90	80	80	80	85	75	65	65	80	85	75	70	60	80
5	80	70	80	65	75	75	70	85	80	60	90	80	70	75	90
Soma	350	385	380	340	375	365	365	360	390	335	385	380	360	355	410
Média	70	77	76	68	75	73	73	72	78	67	77	76	72	71	82
Amplitude	20	20	10	15	20	25	15	20	20	20	30	20	5	25	15

## (2) Cálculo dos limites de controle

- O cálculo preliminar dos limites de controle pode ser feito após a coleta de mais ou menos 20 a 30 amostras **sem indícios de uma situação fora do controle.**
- Inicialmente calcula-se a média e a amplitude média do processo:

$$\bar{\bar{x}} = \frac{\bar{x}_1 + \bar{x}_2 + \dots + \bar{x}_k}{k}$$

$$\bar{R} = \frac{R_1 + R_2 + \dots + R_k}{k}$$

Onde  $\bar{x}_i$  e  $R_i$  representam a média e a amplitude da amostra  $i$ .

## (2) Cálculo dos limites de controle

- Calcula-se os limites de controle para cada carta

$$LSC = \bar{\bar{x}} + A_2 \bar{R}$$

- Para a carta de médias:  $LIC = \bar{\bar{x}} - A_2 \bar{R}$

$$LSC = D_4 \bar{R}$$

- Para a carta de amplitudes:

$$LIC = D_3 \bar{R}$$

- Onde  $A_2$ ,  $D_3$  e  $D_4$  são constantes tabeladas para  $n \leq 25$  e calculadas pelas fórmulas abaixo para  $n > 25$  :

Para  $n > 25$

$$A = \frac{3}{\sqrt{n}} \quad A_3 = \frac{3}{c_4 \sqrt{n}} \quad c_4 \cong \frac{4(n-1)}{4n-3} \quad B_3 = 1 - \frac{3}{c_4 \sqrt{2(n-1)}} \quad B_4 = 1 + \frac{3}{c_4 \sqrt{2(n-1)}} \quad B_5 = c_4 - \frac{3}{\sqrt{2(n-1)}} \quad B_6 = c_4 + \frac{3}{\sqrt{2(n-1)}}$$



# Fatores para Determinação de Limite de Controle

n	Carta $\bar{X}$				Carta S				Carta R					
	A	A <sub>2</sub>	A <sub>3</sub>	C <sub>4</sub>	B <sub>3</sub>	B <sub>4</sub>	B <sub>5</sub>	B <sub>6</sub>	d <sub>2</sub>	d <sub>3</sub>	D <sub>1</sub>	D <sub>2</sub>	D <sub>3</sub>	D <sub>4</sub>
2	2,121	1,880	2,659	0,7979	0	3,267	0	2,606	1,128	0,853	0	3,686	0	3,267
3	1,732	1,023	1,954	0,8862	0	2,568	0	2,276	1,693	0,888	0	4,358	0	2,574
4	1,500	0,729	1,628	0,9213	0	2,266	0	2,088	2,059	0,880	0	4,698	0	2,282
5	1,342	0,577	1,427	0,9400	0	2,089	0	1,964	2,326	0,864	0	4,918	0	2,114
6	1,225	0,483	1,287	0,9515	0,030	1,970	0,029	1,874	2,534	0,848	0	5,078	0	2,004
7	1,134	0,419	1,182	0,9594	0,118	1,882	0,113	1,806	2,704	0,833	0,204	5,204	0,076	1,924
8	1,061	0,373	1,099	0,9650	0,185	1,815	0,179	1,751	2,847	0,820	0,388	5,306	0,136	1,864
9	1,000	0,337	1,032	0,9693	0,239	1,761	0,232	1,707	2,970	0,808	0,547	5,393	0,184	1,816
10	0,949	0,308	0,975	0,9727	0,284	1,716	0,276	1,669	3,078	0,797	0,687	5,469	0,223	1,777
11	0,905	0,285	0,927	0,9754	0,321	1,679	0,313	1,637	3,173	0,787	0,811	5,535	0,256	1,744
12	0,866	0,266	0,886	0,9776	0,354	1,646	0,346	1,610	3,258	0,778	0,922	5,594	0,283	1,717
13	0,832	0,249	0,850	0,9794	0,382	1,618	0,374	1,585	3,336	0,770	1,025	5,647	0,307	1,693
14	0,802	0,235	0,817	0,9810	0,406	1,594	0,399	1,563	3,407	0,763	1,118	5,696	0,328	1,672
15	0,775	0,223	0,789	0,9823	0,428	1,572	0,421	1,544	3,472	0,756	1,203	5,741	0,347	1,653
16	0,750	0,212	0,763	0,9835	0,448	1,552	0,440	1,526	3,532	0,750	1,282	5,782	0,363	1,637
17	0,728	0,203	0,739	0,9845	0,466	1,534	0,458	1,511	3,588	0,744	1,356	5,820	0,378	1,622
18	0,707	0,194	0,718	0,9854	0,482	1,518	0,475	1,496	3,640	0,739	1,424	5,856	0,391	1,608
19	0,688	0,187	0,698	0,9862	0,497	1,503	0,490	1,483	3,689	0,734	1,487	5,891	0,403	1,597
20	0,671	0,180	0,680	0,9869	0,510	1,490	0,504	1,470	3,735	0,729	1,549	5,921	0,415	1,585
21	0,655	0,173	0,663	0,9876	0,523	1,477	0,516	1,459	3,778	0,724	1,605	5,951	0,425	1,575
22	0,640	0,167	0,647	0,9882	0,534	1,466	0,528	1,448	3,819	0,720	1,659	5,979	0,434	1,566
23	0,626	0,162	0,633	0,9887	0,545	1,455	0,539	1,438	3,858	0,716	1,710	6,006	0,443	1,557
24	0,612	0,157	0,619	0,9892	0,555	1,445	0,549	1,429	3,895	0,712	1,759	6,031	0,451	1,548
25	0,600	0,153	0,606	0,9896	0,565	1,435	0,559	1,420	3,931	0,708	1,806	6,056	0,459	1,541

Fonte: ASTM Manual on Presentation of Data and Control Chart Analysis. (ASTM S19-15D)

Copyright 1976 American Society for Testing and Materials, Philadelphia, PA.

# Cartas de controle para $\bar{X}$ e R

Nome da parte	Tanque de óleo					Especificações	30 a 90 microns									
Número da parte	0012-5					Instrumento	Micrometro									
Operação	Pintura externa					Amostra/Freq.	5 / 2 horas									
Máquina	025					Unidade	microns									
Característica	Recobrimento					Carta No.	03									
Data	6/3					7/3					8/3					
Hora	8	10	12	14	16	8	10	12	14	16	8	10	12	14	16	
Operador	A	A	A	B	B	A	A	A	B	B	A	A	A	B	B	
1	65	75	80	65	80	75	80	70	85	65	75	85	70	70	75	
2	70	70	70	65	60	70	75	65	85	65	60	65	75	65	80	
3	75	80	70	65	80	60	65	75	75	65	75	75	75	85	85	
4	60	90	80	80	80	85	75	65	65	80	85	75	70	60	80	
5	80	70	80	65	75	75	70	85	80	60	90	80	70	75	90	
Soma	350	385	380	340	375	365	365	360	390	335	385	380	360	355	410	
Média	70	77	76	68	75	73	73	72	78	67	77	76	72	71	82	
Amplitude	20	20	10	15	20	25	15	20	20	20	30	20	5	25	15	

## Fatores para Determinação de Limite de Controle

n	Carta $\bar{X}$				Carta S				Carta R					
	A	A <sub>2</sub>	A <sub>3</sub>	A <sub>4</sub>	B <sub>3</sub>	B <sub>4</sub>	B <sub>5</sub>	B <sub>6</sub>	d <sub>2</sub>	d <sub>3</sub>	D <sub>1</sub>	D <sub>2</sub>	D <sub>3</sub>	D <sub>4</sub>
2	2,121	1,880	2,659	0,7979	0	3,267	0	2,606	1,128	0,853	0	3,686	0	3,267
3	1,732	1,023	1,954	0,8862	0	2,568	0	2,276	1,693	0,888	0	4,358	0	2,574
4	1,500	0,739	1,628	0,9213	0	2,266	0	2,088	2,059	0,880	0	4,698	0	2,282
5	1,342	0,577	1,427	0,9400	0	2,089	0	1,964	2,326	0,864	0	4,918	0	2,114
6	1,225	0,483	1,287	0,9515	0,030	1,970	0,029	1,874	2,534	0,848	0	5,078	0	2,004
7	1,134	0,419	1,182	0,9594	0,118	1,882	0,113	1,806	2,704	0,833	0,204	5,204	0,076	1,924
8	1,061	0,373	1,099	0,9650	0,185	1,815	0,179	1,751	2,847	0,820	0,388	5,306	0,136	1,864
9	1,000	0,337	1,032	0,9693	0,239	1,761	0,232	1,707	2,970	0,808	0,547	5,393	0,184	1,816
10	0,949	0,308	0,975	0,9727	0,284	1,716	0,276	1,669	3,078	0,797	0,687	5,469	0,223	1,777
11	0,905	0,285	0,927	0,9754	0,321	1,679	0,313	1,637	3,173	0,787	0,811	5,535	0,256	1,744
12	0,866	0,266	0,886	0,9776	0,354	1,646	0,346	1,610	3,258	0,778	0,922	5,594	0,283	1,717
13	0,832	0,249	0,850	0,9794	0,382	1,618	0,374	1,585	3,336	0,770	1,025	5,647	0,307	1,693
14	0,802	0,235	0,817	0,9810	0,406	1,594	0,399	1,563	3,407	0,763	1,118	5,696	0,328	1,672
15	0,775	0,223	0,789	0,9823	0,428	1,572	0,421	1,544	3,472	0,756	1,203	5,741	0,347	1,653
16	0,750	0,212	0,763	0,9835	0,448	1,552	0,440	1,526	3,532	0,750	1,282	5,782	0,363	1,637
17	0,728	0,203	0,739	0,9845	0,466	1,534	0,458	1,511	3,588	0,744	1,356	5,820	0,378	1,622
18	0,707	0,194	0,718	0,9854	0,482	1,518	0,475	1,496	3,640	0,739	1,424	5,856	0,391	1,608
19	0,688	0,187	0,698	0,9862	0,497	1,503	0,490	1,483	3,689	0,734	1,487	5,891	0,403	1,597
20	0,671	0,180	0,680	0,9869	0,510	1,490	0,504	1,470	3,735	0,729	1,549	5,921	0,415	1,585
21	0,655	0,173	0,663	0,9876	0,523	1,477	0,516	1,459	3,778	0,724	1,605	5,951	0,425	1,575
22	0,640	0,167	0,647	0,9882	0,534	1,466	0,528	1,448	3,819	0,720	1,659	5,979	0,434	1,566
23	0,626	0,162	0,633	0,9887	0,545	1,455	0,539	1,438	3,858	0,716	1,710	6,006	0,443	1,557
24	0,612	0,157	0,619	0,9892	0,555	1,445	0,549	1,429	3,895	0,712	1,759	6,031	0,451	1,548
25	0,600	0,153	0,606	0,9896	0,565	1,435	0,559	1,420	3,931	0,708	1,806	6,056	0,459	1,541

Fonte: ASTM Manual on Presentation of Data and Control Chart Analysis. (ASTM STP 15D)

Copyright 1976 American Society for Testing and Materials, Philadelphia, PA.

## (2) Cálculo dos limites de controle

- Os **limites de controle superior e inferior** são plotados com **cor vermelha**.
- Para o exemplo, obteve-se  $\bar{x} = 73,8$   $\bar{R} = 18,7$

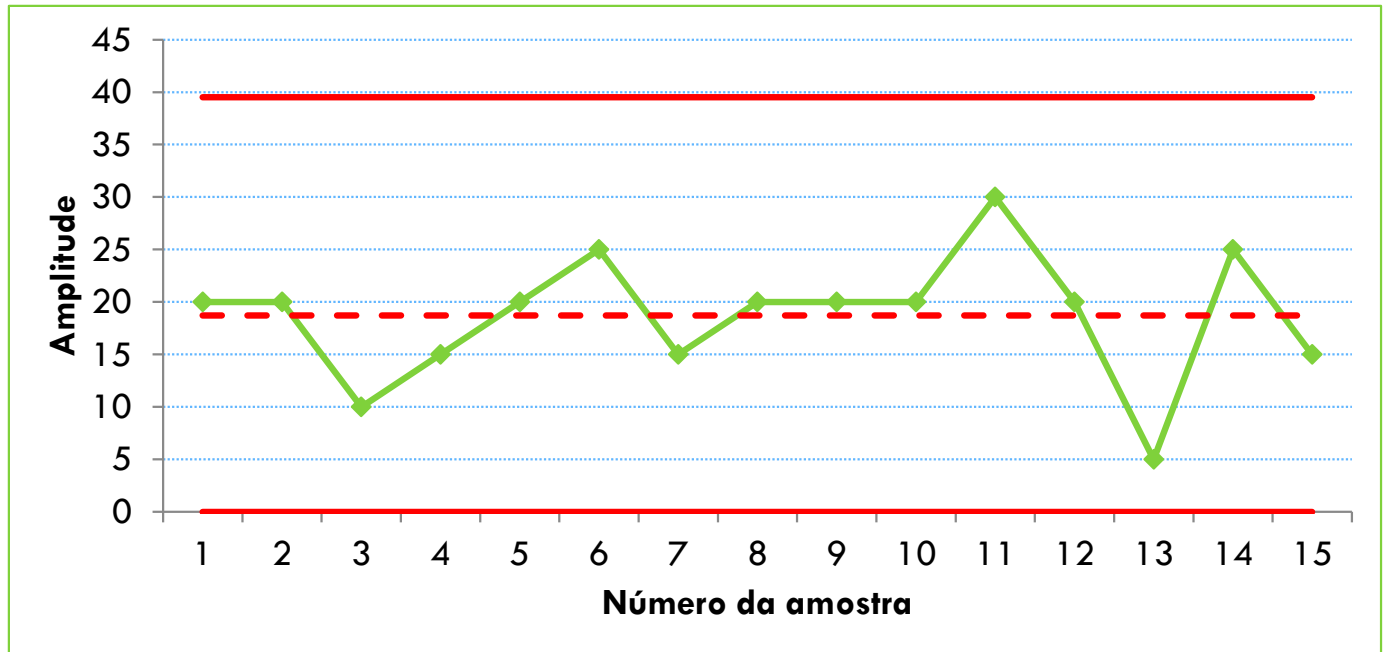
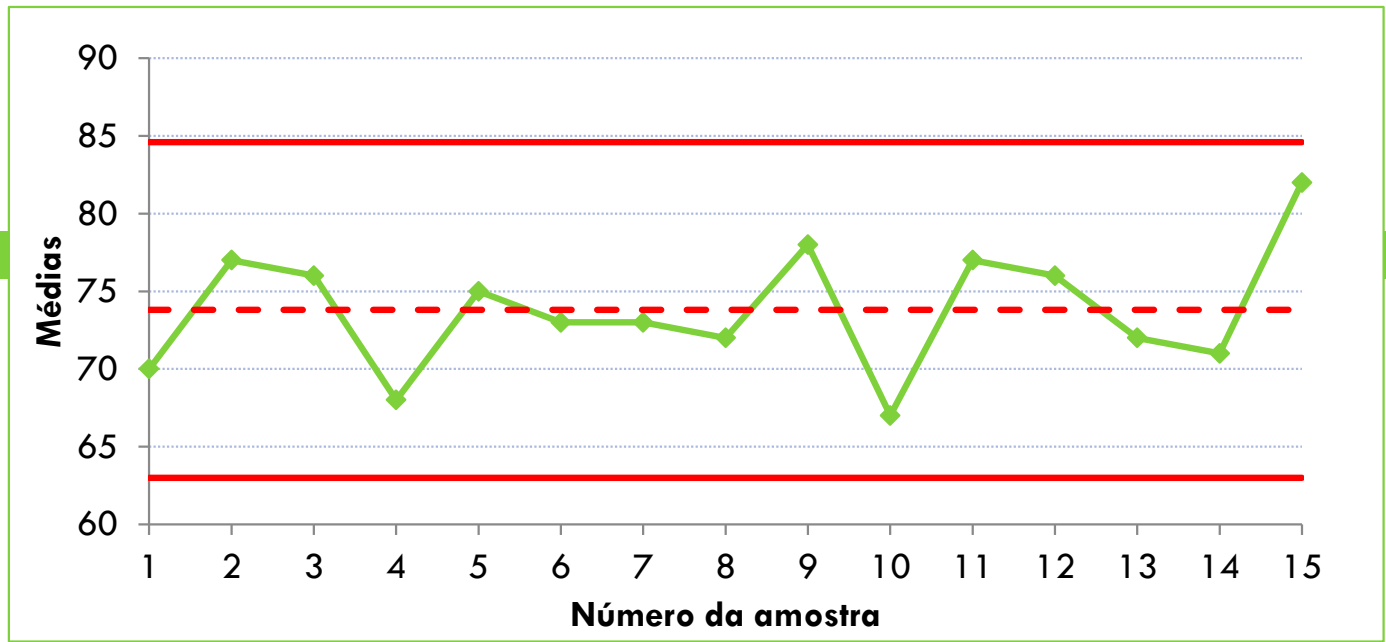
- Médias: 
$$\text{LCI} = 73,8 - \mathbf{0,577} \times 18,7 = 63,03$$
$$\text{LCS} = 73,8 + \mathbf{0,577} \times 18,7 = 84,57$$

- Amplitudes: 
$$\text{LCI} = \mathbf{0} \times 18,7 = 0,0$$
$$\text{LCS} = \mathbf{2,114} \times 18,7 = 39,47$$

# Carta para médias

Processo sob controle estatístico

# Carta para amplitudes



### (3) Interpretação da estabilidade do processo

- Os limites de controle são calculados de forma que a probabilidade da amostra cair dentro dos limites se o processo está estável e não mudou é de 99,73%, se não há causas especiais atuando, a probabilidade de um ponto cair fora dos limites é muito pequena, 0,27%.
- Assim, pontos fora dos limites de controle são um forte indício da presença de causas especiais que devem ser investigadas e corrigidas.

***Antes de investigar uma causa especial, verifique se não houve erro na plotagem do ponto ou problemas no sistema de medição.***

# Padrões

- Além de verificar **pontos fora dos limites**, também é importante investigar eventuais **padrões na sequência** de pontos.
- **A observação de padrões pode disparar uma ação sobre o sistema antes mesmo que um ponto apareça fora dos limites de controle.**

*Alguns padrões podem ser favoráveis.*

# Detecção e correção de causas especiais

- Cada **ponto fora do controle** deve gerar uma **análise das condições operacionais** em busca da causa respectiva.
- Os resultados estatísticos dão partida para a tarefa de análise,
- mas **a explicação do que está acontecendo reside no próprio processo e nas pessoas envolvidas.**



# Detecção e correção de causas especiais

- A solução do problema é o passo mais difícil e que consome maior tempo.
- É preciso paciência, intuição e experiência para eliminar gradualmente, uma a uma, as causas especiais.
- Técnicas de solução de problemas como a **análise de Pareto** ou os **diagramas de causa e efeito** podem ajudar na análise.

# Reavaliação dos limites de controle

- Se ações de melhoria estão sendo tomadas, o processo deve apresentar um desempenho mais consistente, com **redução da variabilidade**.
- Assim, de tempos em tempos, os **limites de controle devem ser recalculados e, sempre que houver evidências para tanto, estreitados**.
- Dessa forma, as cartas de controle continuarão servindo como uma ferramenta eficaz no gerenciamento da variabilidade, separando as causas comuns das causas especiais e auxiliando na busca da melhoria contínua.

# Exercício 1

- Dez amostras, cada uma contendo 5 solenóides, foram coletadas da produção, fornecendo medições de amperagem. Construa uma carta de controle para média e amplitude e conclua sobre a estabilidade do processo.

Amostra	subgrupos					Média	R
	1	2	3	4	5		
1	18	16	18	21	18		
2	17	18	21	19	19		
3	16	17	16	19	20		
4	19	19	17	18	20		
5	32	21	30	22	34		
6	17	22	21	16	17		
7	16	16	17	18	19		
8	23	24	16	17	21		
9	8	9	9	10	8		
10	20	20	22	21	16		
					<b>Soma</b>		

# Exercício 1

- Dez amostras, cada uma contendo 5 solenóides, foram coletadas da produção, fornecendo medições de amperagem. Construa uma carta de controle para média e amplitude e conclua sobre a estabilidade do processo.

Amostra	Replicatas					Média	R
	1	2	3	4	5		
1	18	16	18	21	18	18,2	5
2	17	18	21	19	19	18,8	4
3	16	17	16	19	20	17,6	4
4	19	19	17	18	20	18,6	3
5	32	21	30	22	34	27,8	13
6	17	22	21	16	17	18,6	6
7	16	16	17	18	19	17,2	3
8	23	24	16	17	21	20,2	8
9	8	9	9	10	8	8,8	2
10	20	20	22	21	16	19,8	6
					<b>Soma</b>	<b>185,6</b>	<b>54</b>

# Resolução do exercício 1

## Carta de Médias

$$\bar{\bar{x}} = \frac{\bar{x}_1 + \dots + \bar{x}_k}{k}$$

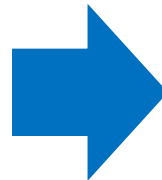
$$LCS = \bar{\bar{x}} + A_2 \bar{R}$$
$$LCI = \bar{\bar{x}} - A_2 \bar{R}$$

## Carta de Amplitudes

$$\bar{R} = \frac{R_1 + \dots + R_k}{k}$$

$$LCS = D_4 \bar{R}$$
$$LCI = D_3 \bar{R}$$

Constantes retiradas da  
tabela para  $n = 5$



$$D_4 = 2,114$$
$$D_3 = 0,00$$
$$A_2 = 0,577$$

## Fatores para Determinação de Limite de Controle

n	Carta $\bar{X}$				Carta S				Carta R					
	A	A <sub>2</sub>	A <sub>3</sub>	c <sub>4</sub>	B <sub>3</sub>	B <sub>4</sub>	B <sub>5</sub>	B <sub>6</sub>	d <sub>2</sub>	d <sub>3</sub>	D <sub>1</sub>	D <sub>2</sub>	D <sub>3</sub>	D <sub>4</sub>
2	2,121	1,880	2,659	0,7979	0	3,267	0	2,606	1,128	0,853	0	3,686	0	3,267
3	1,732	1,023	1,954	0,8862	0	2,568	0	2,276	1,693	0,888	0	4,358	0	2,574
4	1,500	0,729	1,628	0,9213	0	2,266	0	2,088	2,059	0,880	0	4,698	0	2,282
5	1,342	0,577	1,427	0,9400	0	2,089	0	1,964	2,326	0,864	0	4,918	0	2,114
6	1,225	0,483	1,287	0,9515	0,030	1,970	0,029	1,874	2,534	0,848	0	5,078	0	2,004
7	1,134	0,419	1,182	0,9594	0,118	1,882	0,113	1,806	2,704	0,833	0,204	5,204	0,076	1,924
8	1,061	0,373	1,099	0,9650	0,185	1,815	0,179	1,751	2,847	0,820	0,388	5,306	0,136	1,864
9	1,000	0,337	1,032	0,9693	0,239	1,761	0,232	1,707	2,970	0,808	0,547	5,393	0,184	1,816
10	0,949	0,308	0,975	0,9727	0,284	1,716	0,276	1,669	3,078	0,797	0,687	5,469	0,223	1,777
11	0,905	0,285	0,927	0,9754	0,321	1,679	0,313	1,637	3,173	0,787	0,811	5,535	0,256	1,744
12	0,866	0,266	0,886	0,9776	0,354	1,646	0,346	1,610	3,258	0,778	0,922	5,594	0,283	1,717
13	0,832	0,249	0,850	0,9794	0,382	1,618	0,374	1,585	3,336	0,770	1,025	5,647	0,307	1,693
14	0,802	0,235	0,817	0,9810	0,406	1,594	0,399	1,563	3,407	0,763	1,118	5,696	0,328	1,672
15	0,775	0,223	0,789	0,9823	0,428	1,572	0,421	1,544	3,472	0,756	1,203	5,741	0,347	1,653
16	0,750	0,212	0,763	0,9835	0,448	1,552	0,440	1,526	3,532	0,750	1,282	5,782	0,363	1,637
17	0,728	0,203	0,739	0,9845	0,466	1,534	0,458	1,511	3,588	0,744	1,356	5,820	0,378	1,622
18	0,707	0,194	0,718	0,9854	0,482	1,518	0,475	1,496	3,640	0,739	1,424	5,856	0,391	1,608
19	0,688	0,187	0,698	0,9862	0,497	1,503	0,490	1,483	3,689	0,734	1,487	5,891	0,403	1,597
20	0,671	0,180	0,680	0,9869	0,510	1,490	0,504	1,470	3,735	0,729	1,549	5,921	0,415	1,585
21	0,655	0,173	0,663	0,9876	0,523	1,477	0,516	1,459	3,778	0,724	1,605	5,951	0,425	1,575
22	0,640	0,167	0,647	0,9882	0,534	1,466	0,528	1,448	3,819	0,720	1,659	5,979	0,434	1,566
23	0,626	0,162	0,633	0,9887	0,545	1,455	0,539	1,438	3,858	0,716	1,710	6,006	0,443	1,557
24	0,612	0,157	0,619	0,9892	0,555	1,445	0,549	1,429	3,895	0,712	1,759	6,031	0,451	1,548
25	0,600	0,153	0,606	0,9896	0,565	1,435	0,559	1,420	3,931	0,708	1,806	6,056	0,459	1,541

Fonte: *ASTM Manual on Presentation of Data and Control Chart Analysis*. (ASTM STP 15D)

Copyright 1976 American Society for Testing and Materials, Philadelphia, PA.

## Fatores para Determinação de Limite de Controle

n	Carta $\bar{X}$				Carta S				Carta R					
	A	A <sub>2</sub>	A <sub>3</sub>	C <sub>4</sub>	B <sub>3</sub>	B <sub>4</sub>	B <sub>5</sub>	B <sub>6</sub>	d <sub>2</sub>	d <sub>3</sub>	D <sub>1</sub>	D <sub>2</sub>	D <sub>3</sub>	D <sub>4</sub>
2	2,121	1,880	2,659	0,7979	0	3,267	0	2,606	1,128	0,853	0	3,686	0	3,267
3	1,732	1,023	1,954	0,8862	0	2,568	0	2,276	1,693	0,888	0	4,358	0	2,574
4	1,500	0,739	1,628	0,9213	0	2,266	0	2,088	2,059	0,880	0	4,698	0	2,282
5	1,342	0,577	1,427	0,9400	0	2,089	0	1,964	2,326	0,864	0	4,918	0	2,114
6	1,225	0,483	1,287	0,9515	0,030	1,970	0,029	1,874	2,534	0,848	0	5,078	0	2,004
7	1,134	0,419	1,182	0,9594	0,118	1,882	0,113	1,806	2,704	0,833	0,204	5,204	0,076	1,924
8	1,061	0,373	1,099	0,9650	0,185	1,815	0,179	1,751	2,847	0,820	0,388	5,306	0,136	1,864
9	1,000	0,337	1,032	0,9693	0,239	1,761	0,232	1,707	2,970	0,808	0,547	5,393	0,184	1,816
10	0,949	0,308	0,975	0,9727	0,284	1,716	0,276	1,669	3,078	0,797	0,687	5,469	0,223	1,777
11	0,905	0,285	0,927	0,9754	0,321	1,679	0,313	1,637	3,173	0,787	0,811	5,535	0,256	1,744
12	0,866	0,266	0,886	0,9776	0,354	1,646	0,346	1,610	3,258	0,778	0,922	5,594	0,283	1,717
13	0,832	0,249	0,850	0,9794	0,382	1,618	0,374	1,585	3,336	0,770	1,025	5,647	0,307	1,693
14	0,802	0,235	0,817	0,9810	0,406	1,594	0,399	1,563	3,407	0,763	1,118	5,696	0,328	1,672
15	0,775	0,223	0,789	0,9823	0,428	1,572	0,421	1,544	3,472	0,756	1,203	5,741	0,347	1,653
16	0,750	0,212	0,763	0,9835	0,448	1,552	0,440	1,526	3,532	0,750	1,282	5,782	0,363	1,637
17	0,728	0,203	0,739	0,9845	0,466	1,534	0,458	1,511	3,588	0,744	1,356	5,820	0,378	1,622
18	0,707	0,194	0,718	0,9854	0,482	1,518	0,475	1,496	3,640	0,739	1,424	5,856	0,391	1,608
19	0,688	0,187	0,698	0,9862	0,497	1,503	0,490	1,483	3,689	0,734	1,487	5,891	0,403	1,597
20	0,671	0,180	0,680	0,9869	0,510	1,490	0,504	1,470	3,735	0,729	1,549	5,921	0,415	1,585
21	0,655	0,173	0,663	0,9876	0,523	1,477	0,516	1,459	3,778	0,724	1,605	5,951	0,425	1,575
22	0,640	0,167	0,647	0,9882	0,534	1,466	0,528	1,448	3,819	0,720	1,659	5,979	0,434	1,566
23	0,626	0,162	0,633	0,9887	0,545	1,455	0,539	1,438	3,858	0,716	1,710	6,006	0,443	1,557
24	0,612	0,157	0,619	0,9892	0,555	1,445	0,549	1,429	3,895	0,712	1,759	6,031	0,451	1,548
25	0,600	0,153	0,606	0,9896	0,565	1,435	0,559	1,420	3,931	0,708	1,806	6,056	0,459	1,541

Fonte: ASTM Manual on Presentation of Data and Control Chart Analysis. (ASTM STP 15D)

Copyright 1976 American Society for Testing and Materials, Philadelphia, PA.

# Resolução do exercício 1

## Carta de Médias

$$\bar{\bar{x}} = \frac{\bar{x}_1 + \dots + \bar{x}_k}{k}$$

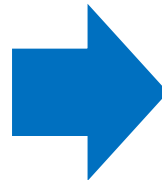
$$LCS = \bar{\bar{x}} + A_2 \bar{R}$$
$$LCI = \bar{\bar{x}} - A_2 \bar{R}$$

## Carta de Amplitudes

$$\bar{R} = \frac{R_1 + \dots + R_k}{k}$$

$$LCS = D_4 \bar{R}$$
$$LCI = D_3 \bar{R}$$

Constantes retiradas da  
tabela para  $n = 5$



$$D_4 = 2,114$$
$$D_3 = 0,00$$
$$A_2 = 0,577$$



# Resolução do exercício 1

$$\bar{x} = \frac{\bar{x}_1 + \dots + \bar{x}_k}{k} = \frac{18,2 + \dots + 19,8}{10} = \frac{185,6}{10} = 18,56$$

$$LCS = \bar{x} + A_2 \bar{R} = 18,56 + 0,58 \times 5,4 = 21,69$$

$$LCI = \bar{x} - A_2 \bar{R} = 18,56 - 0,58 \times 5,4 = 15,43$$

$$\bar{R} = \frac{R_1 + \dots + R_k}{k} = \frac{5 + \dots + 6}{10} = \frac{54}{10} = 5,4$$

$$LCS = D_4 \bar{R} = 2,11 \times 5,4 = 11,39$$

$$LCI = D_3 \bar{R} = 0,00 \times 5,4 = 0,00$$

Para n=5:

$$D_4 = 2,11$$

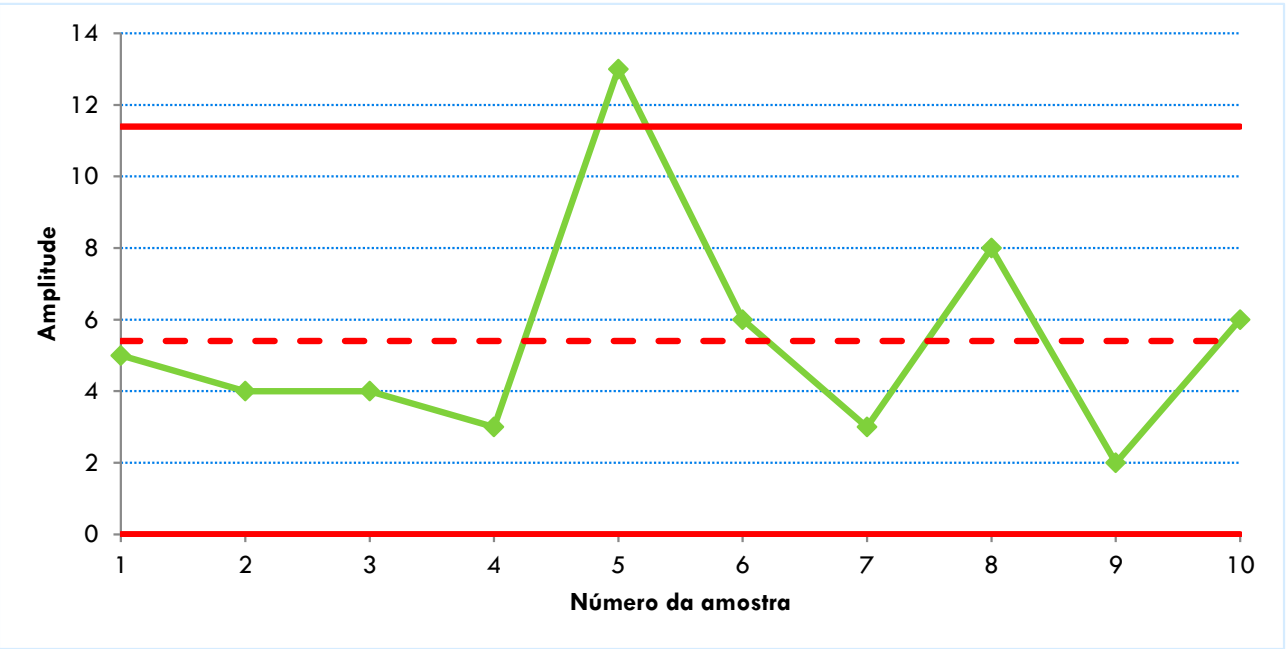
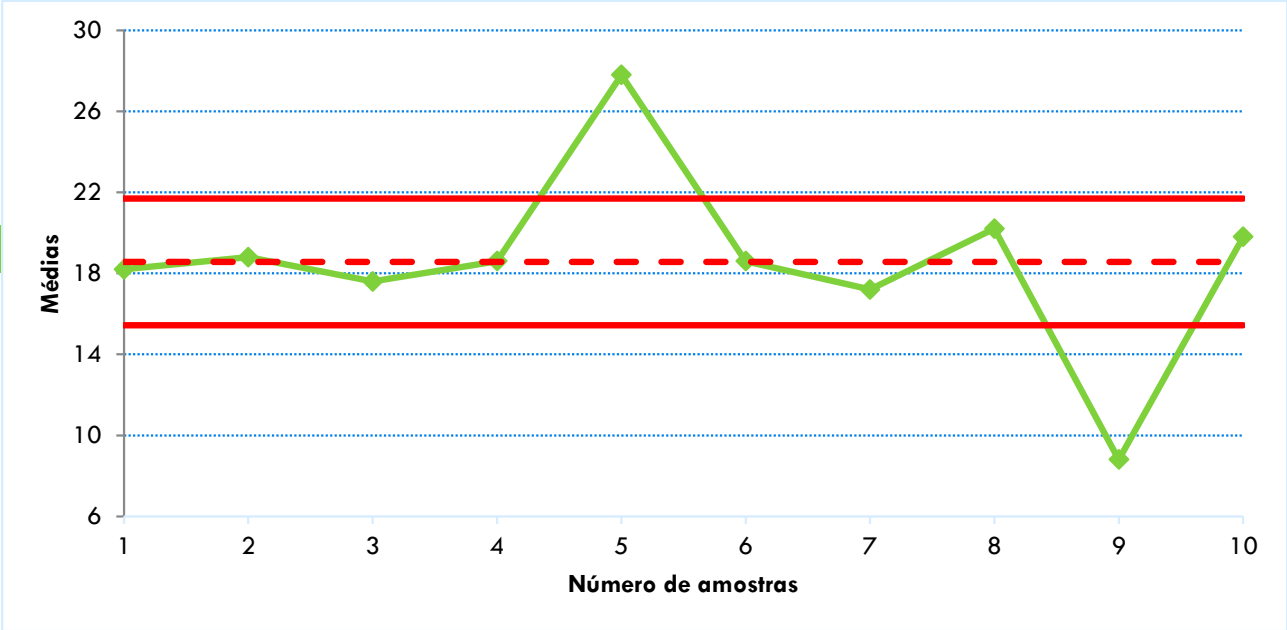
$$D_3 = 0,00$$

$$A_2 = 0,58$$

# Carta para médias

**Interpretação da carta?**

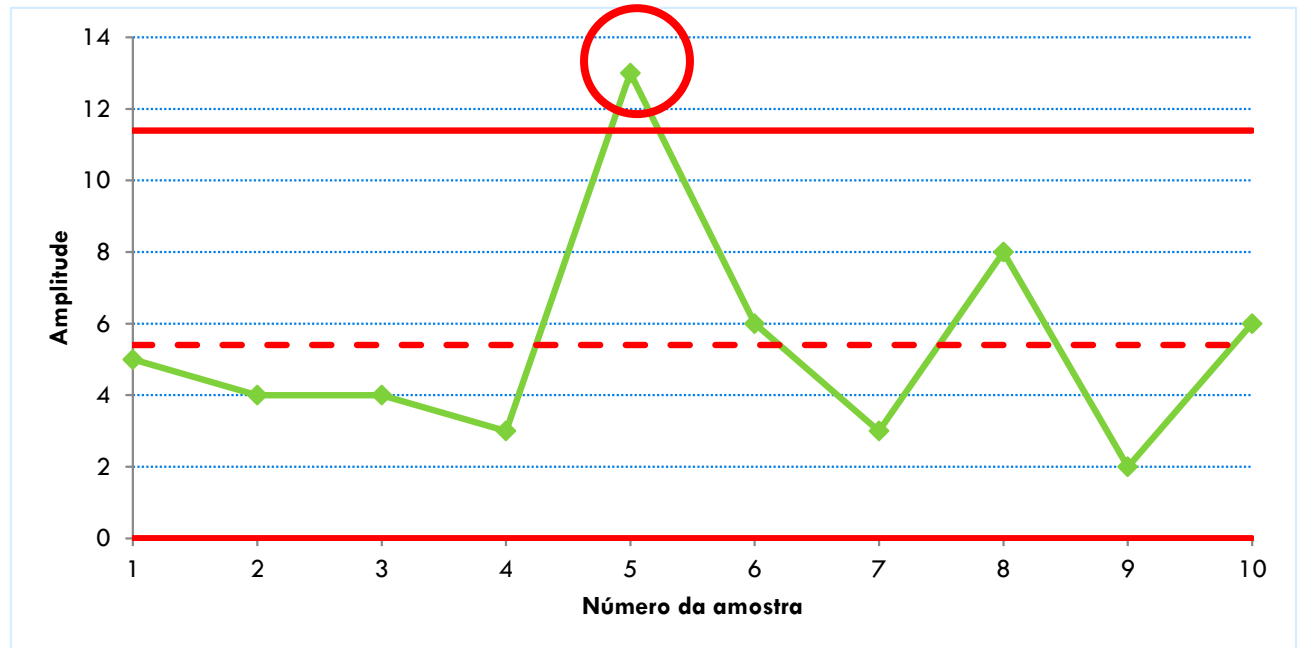
# Carta para amplitudes



## Carta para médias



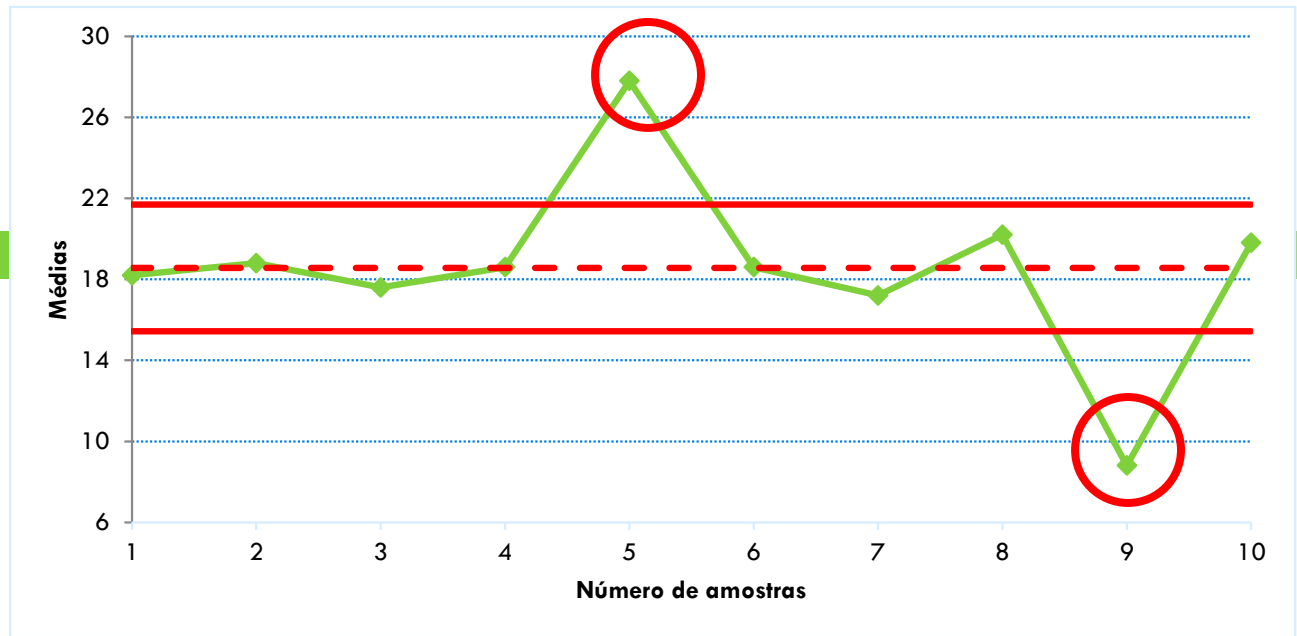
## Carta para amplitudes



## Carta para médias

**Processo fora de controle !**

## Carta para amplitudes



# Resolução do exercício 1

Recalcula-se os limites eliminando-se as causas especiais (5 e 9)

$$\bar{\bar{x}} = \frac{\bar{x}_1 + \dots + \bar{x}_k}{k}$$

$$\bar{R} = \frac{R_1 + \dots + R_k}{k}$$

$$LCS = \bar{\bar{x}} + A_2 \bar{R}$$

$$LCI = \bar{\bar{x}} - A_2 \bar{R}$$

$$LCS = D_4 \bar{R}$$

$$LCI = D_3 \bar{R}$$

Para n=5:

$$D_4=2,11$$

$$D_3=0,00$$

$$A_2=0,58$$

# Resolução do exercício 1

Recalcula-se os limites eliminando-se as causas especiais (5 e 9)

$$\bar{x} = \frac{18,2 + \dots + 19,8}{8} = \frac{149}{8} = 18,63$$

$$LCI = 18,63 - 0,58 \times 4,88 = 15,80$$

$$LCS = 18,63 + 0,58 \times 4,88 = 21,46$$

Para n=5:

$$D_4 = 2,11$$

$$D_3 = 0,00$$

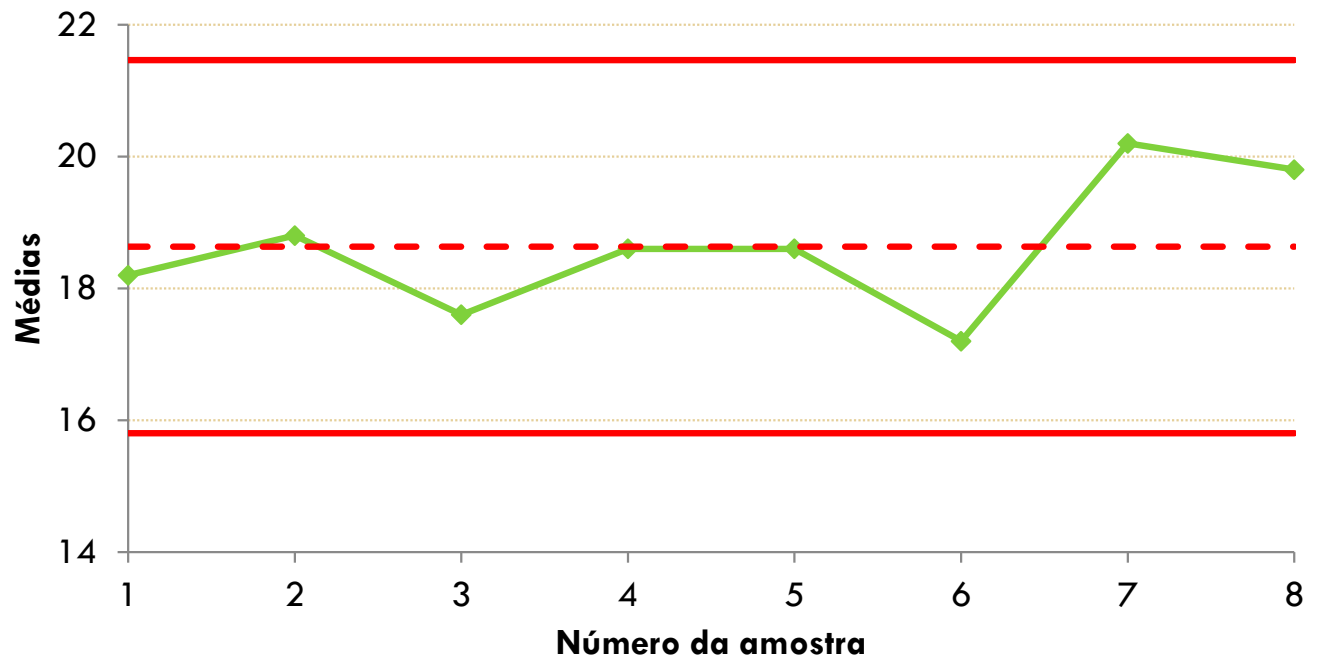
$$A_2 = 0,58$$

$$\bar{R} = \frac{5 + \dots + 6}{8} = \frac{39}{8} = 4,88$$

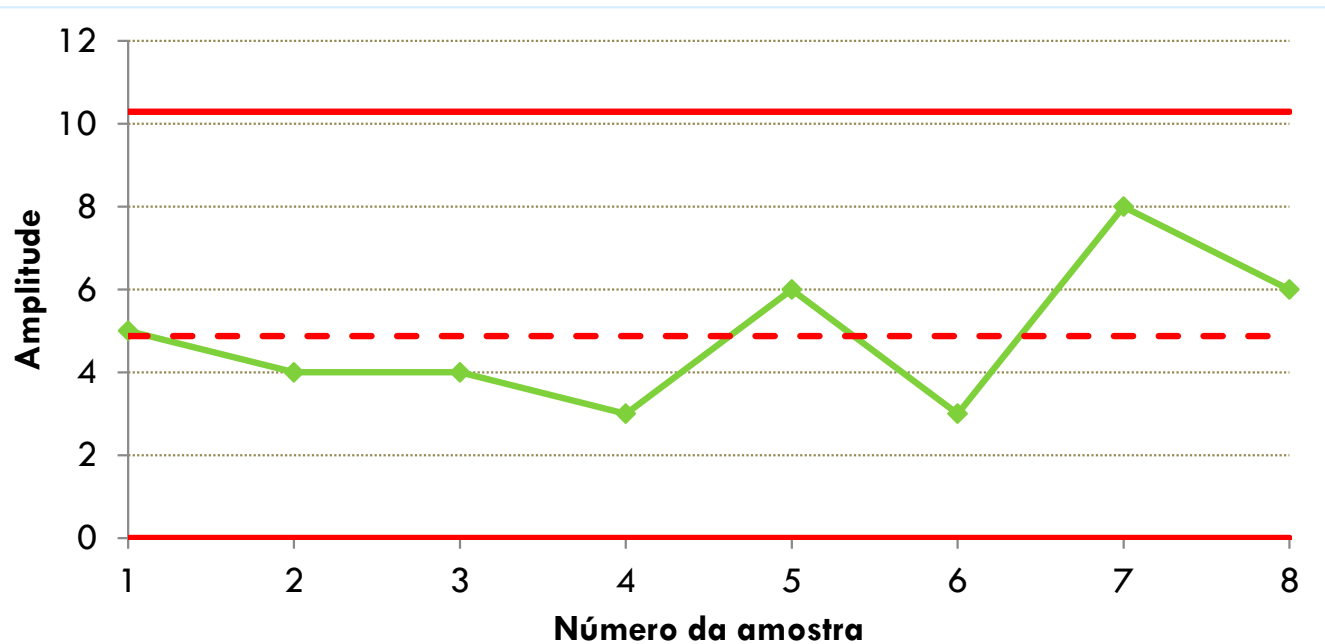
$$LCI = 0,00 \times 4,88 = 0,00$$

$$LCS = 2,11 \times 4,88 = 10,29$$

# Carta para médias

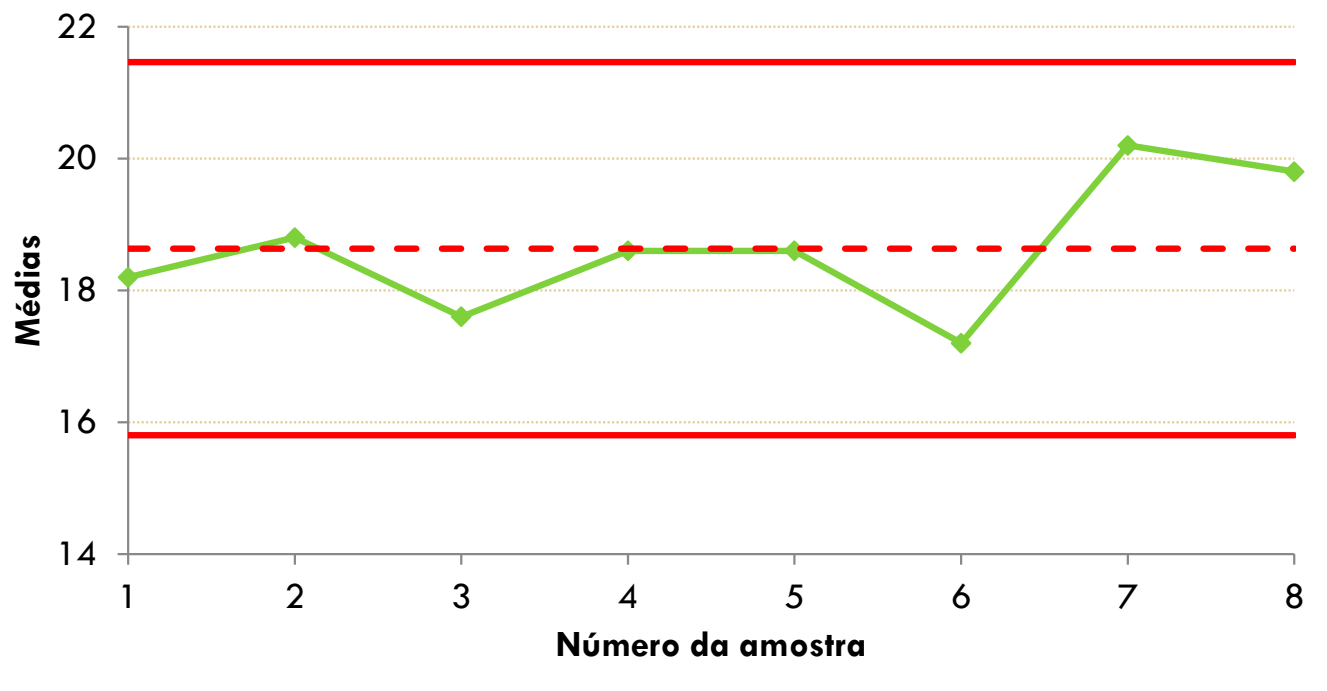


## Interpretação da carta?



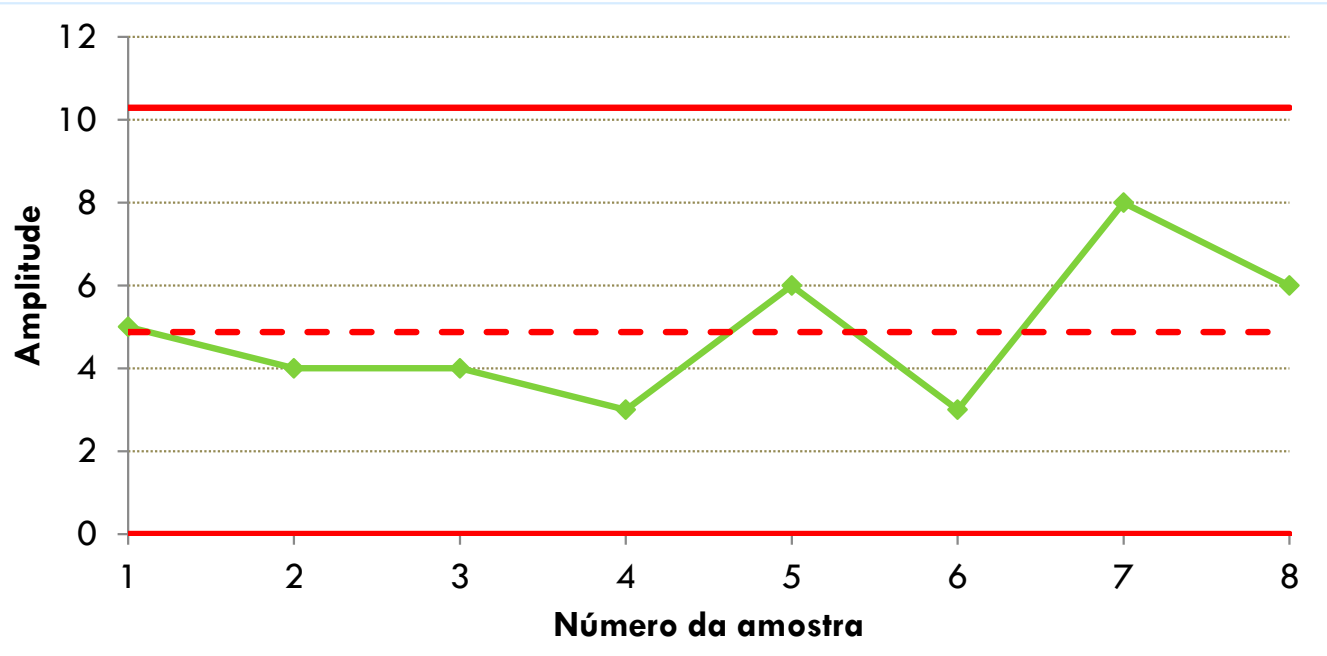
# Carta para amplitudes

# Carta para médias



**Processo  
sob  
controle !**

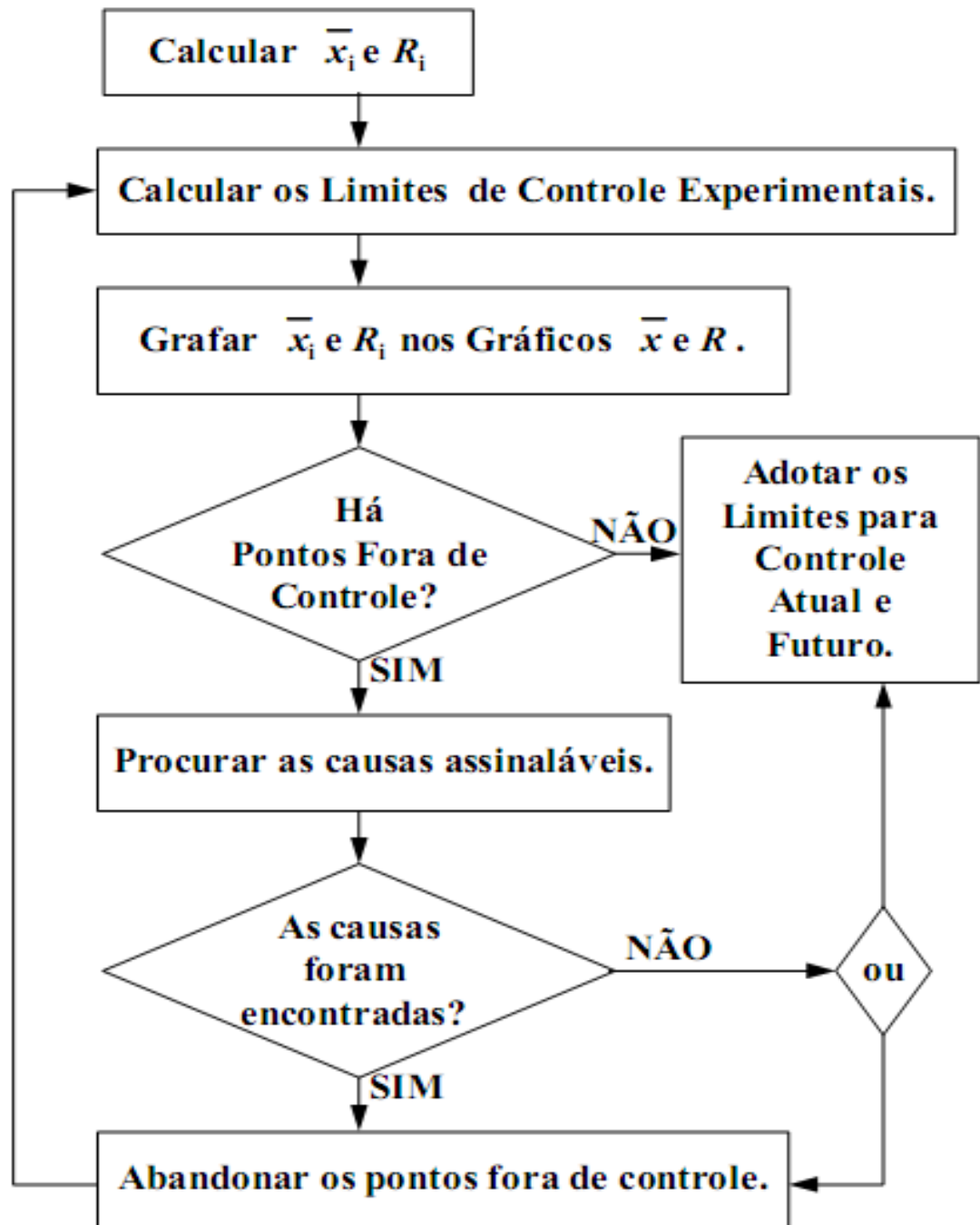
# Carta para amplitudes





# Construção e Utilização de Gráficos de Controle $\bar{x}$ e $R$

## Fluxograma



## Exercício Avaliativo:

Numa fábrica são produzidas réguas com 1m de comprimento com tolerância de 1mm. Por exigência dos clientes, foram introduzidas técnicas de CEP para o acompanhamento da operação de corte das réguas, assim, foram retiradas 5 réguas, de 20 em 20 minutos, para medição precisa. Após a coleta de 20 amostras, o CQ organizou a informação recolhida, conforme mostra o quadro ao lado. Construa as cartas de para média e amplitude e avalie o processo:

Subgrupo	Medições das amostras (mm)				
1	999,9	999,8	999,6	999,7	999,5
2	999,4	999,4	999,7	999,5	999,3
3	999,3	999,3	999,5	999,3	999,5
4	999,5	999,6	999,6	999,5	999,8
5	999,5	1000	1000	1000	999,8
6	999,5	999,5	999,4	999,6	999,6
7	999,6	999,6	999,9	999,5	999,4
8	998,8	999,6	999,8	999,8	999,8
9	1000,6	999,9	999,8	998,7	999,4
10	999,9	999,8	999,9	1000,4	1000,4
11	999,7	1000,1	999,8	999,7	1000,1
12	999,9	1000,1	1000,1	1000,2	1000,3
13	999,9	1000,3	999,8	998,9	999,6
14	999,9	999,8	1000	999,7	999,6
15	999,3	1000	999,6	999,7	999,8
16	999,1	999,4	999,6	999,6	999,6
17	999,6	999,3	999,7	999,6	999,8
18	998,85	999,1	999,2	999	999,45
19	999,8	999,9	999,2	999	999,5
20	999,6	999,8	999,8	1000,2	999,9

# CARTAS DE CONTROLE PARA MÉDIA E DESVIO PADRÃO (X-s)

Gestão da Qualidade

Prof. Eveline Pereira

# Carta de controle para o desvio-padrão

- Conforme o caso, o monitoramento do desvio padrão pode ser mais apropriado que o monitoramento da amplitude.
- O desvio padrão é um indicador mais eficiente da variabilidade, **principalmente para amostras grandes**.
- Uma boa **aproximação** para o cálculo do desvio padrão a partir da amplitude da amostra é
  - Sendo  $d_2$  uma constante da tabela  $s = \frac{R}{d_2}$
- Recomenda-se o uso da carta  $s$  quando:
  - Os dados forem coletados por computador e for fácil de implementar uma rotina de cálculo
  - Processos sofisticados, controlados por especialistas
  - amostras grandes (**subgrupos > 10**)

# Cálculo dos limites de controle

- A fórmula para o cálculo do desvio padrão é:

$$s = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n - 1}}$$

- E os limites de controle são calculados usando:

Para a média:

$$LCI = \bar{x} - A_3 \bar{s}$$

$$LCS = \bar{x} + A_3 \bar{s}$$

Para o desvio padrão:

$$LCI = B_3 \bar{s}$$

$$LCS = B_4 \bar{s}$$

## Fatores para Determinação de Limite de Controle

n	Carta $\bar{X}$				Carta S				Carta R					
	A	A <sub>2</sub>	A <sub>3</sub>	C <sub>4</sub>	B <sub>3</sub>	B <sub>4</sub>	B <sub>5</sub>	B <sub>6</sub>	d <sub>2</sub>	d <sub>3</sub>	D <sub>1</sub>	D <sub>2</sub>	D <sub>3</sub>	D <sub>4</sub>
2	2,121	1,880	2,659	0,7979	0	3,267	0	2,606	1,128	0,853	0	3,686	0	3,267
3	1,732	1,023	1,954	0,8862	0	2,568	0	2,276	1,693	0,888	0	4,358	0	2,574
4	1,500	0,729	1,628	0,9213	0	2,266	0	2,088	2,059	0,880	0	4,698	0	2,282
5	1,342	0,577	1,427	0,9400	0	2,089	0	1,964	2,326	0,864	0	4,918	0	2,114
6	1,225	0,483	1,287	0,9515	0,030	1,970	0,029	1,874	2,534	0,848	0	5,078	0	2,004
7	1,134	0,419	1,182	0,9594	0,118	1,882	0,113	1,806	2,704	0,833	0,204	5,204	0,076	1,924
8	1,061	0,373	1,099	0,9650	0,185	1,815	0,179	1,751	2,847	0,820	0,388	5,306	0,136	1,864
9	1,000	0,337	1,032	0,9693	0,239	1,761	0,232	1,707	2,970	0,808	0,547	5,393	0,184	1,816
10	0,949	0,308	0,975	0,9727	0,284	1,716	0,276	1,669	3,078	0,797	0,687	5,469	0,223	1,777
11	0,905	0,285	0,927	0,9754	0,321	1,679	0,313	1,637	3,173	0,787	0,811	5,535	0,256	1,744
12	0,866	0,266	0,886	0,9776	0,354	1,646	0,346	1,610	3,258	0,778	0,922	5,594	0,283	1,717
13	0,832	0,249	0,850	0,9794	0,382	1,618	0,374	1,585	3,336	0,770	1,025	5,647	0,307	1,693
14	0,802	0,235	0,817	0,9810	0,406	1,594	0,399	1,563	3,407	0,763	1,118	5,696	0,328	1,672
15	0,775	0,223	0,789	0,9823	0,428	1,572	0,421	1,544	3,472	0,756	1,203	5,741	0,347	1,653
16	0,750	0,212	0,763	0,9835	0,448	1,552	0,440	1,526	3,532	0,750	1,282	5,782	0,363	1,637
17	0,728	0,203	0,739	0,9845	0,466	1,534	0,458	1,511	3,588	0,744	1,356	5,820	0,378	1,622
18	0,707	0,194	0,718	0,9854	0,482	1,518	0,475	1,496	3,640	0,739	1,424	5,856	0,391	1,608
19	0,688	0,187	0,698	0,9862	0,497	1,503	0,490	1,483	3,689	0,734	1,487	5,891	0,403	1,597
20	0,671	0,180	0,680	0,9869	0,510	1,490	0,504	1,470	3,735	0,729	1,549	5,921	0,415	1,585
21	0,655	0,173	0,663	0,9876	0,523	1,477	0,516	1,459	3,778	0,724	1,605	5,951	0,425	1,575
22	0,640	0,167	0,647	0,9882	0,534	1,466	0,528	1,448	3,819	0,720	1,659	5,979	0,434	1,566
23	0,626	0,162	0,633	0,9887	0,545	1,455	0,539	1,438	3,858	0,716	1,710	6,006	0,443	1,557
24	0,612	0,157	0,619	0,9892	0,555	1,445	0,549	1,429	3,895	0,712	1,759	6,031	0,451	1,548
25	0,600	0,153	0,606	0,9896	0,565	1,435	0,559	1,420	3,931	0,708	1,806	6,056	0,459	1,541

Fonte: ASTM Manual on Presentation of Data and Control Chart Analysis. (ASTM STP 15D)

Copyright 1976 American Society for Testing and Materials, Philadelphia, PA.

# Cartas de controle para $\bar{X}$ e s

Nome da parte	Tanque de óleo	Especificações	30 a 90 microns
Número da parte	0012-5	Instrumento	Micrometro
Operação	Pintura externa	Amostra/Freq.	5 / lote
Máquina	025	Unidade	microns
Característica	Recobrimento	Carta No.	02

Data	6/3					7/3					8/3				
Hora	8	10	12	14	16	8	10	12	14	16	8	10	12	14	16
Operador	A	A	A	B	B	A	A	A	B	B	A	A	A	B	B
1	65	75	80	65	80	75	80	70	85	65	75	85	70	70	75
2	70	70	70	65	60	70	75	65	85	65	60	65	75	65	80
3	75	80	70	65	80	60	65	75	75	65	75	75	75	85	85
4	60	90	80	80	80	85	75	65	65	80	85	75	70	60	80
5	80	70	80	65	75	75	70	85	80	60	90	80	70	75	90
Soma	350	385	380	340	375	365	365	360	390	335	385	380	360	355	410
Média	70	77	76	68	75	73	73	72	78	67	77	76	72	71	82
Desvio Padrão	7,90	8,37	5,48	6,71	8,66	9,08	5,70	8,37	8,37	7,58	11,5	7,42	2,74	9,62	5,70

## Fatores para Determinação de Limite de Controle

n	Carta $\bar{X}$				Carta S				Carta R					
	A	A <sub>2</sub>	A <sub>3</sub>	C <sub>4</sub>	B <sub>3</sub>	B <sub>4</sub>	B <sub>5</sub>	B <sub>6</sub>	d <sub>2</sub>	d <sub>3</sub>	D <sub>1</sub>	D <sub>2</sub>	D <sub>3</sub>	D <sub>4</sub>
2	2,121	1,880	2,659	0,7979	0	3,267	0	2,606	1,128	0,853	0	3,686	0	3,267
3	1,732	1,023	1,954	0,8862	0	2,568	0	2,276	1,693	0,888	0	4,358	0	2,574
4	1,500	0,729	1,678	0,9213	0	2,255	0	2,088	2,059	0,880	0	4,698	0	2,282
5	1,342	0,577	1,427	0,9400	0	2,089	0	1,964	2,326	0,864	0	4,918	0	2,114
6	1,225	0,483	1,287	0,9515	0,030	1,970	0,029	1,874	2,534	0,848	0	5,078	0	2,004
7	1,134	0,419	1,182	0,9594	0,118	1,882	0,113	1,806	2,704	0,833	0,204	5,204	0,076	1,924
8	1,061	0,373	1,099	0,9650	0,185	1,815	0,179	1,751	2,847	0,820	0,388	5,306	0,136	1,864
9	1,000	0,337	1,032	0,9693	0,239	1,761	0,232	1,707	2,970	0,808	0,547	5,393	0,184	1,816
10	0,949	0,308	0,975	0,9727	0,284	1,716	0,276	1,669	3,078	0,797	0,687	5,469	0,223	1,777
11	0,905	0,285	0,927	0,9754	0,321	1,679	0,313	1,637	3,173	0,787	0,811	5,535	0,256	1,744
12	0,866	0,266	0,886	0,9776	0,354	1,646	0,346	1,610	3,258	0,778	0,922	5,594	0,283	1,717
13	0,832	0,249	0,850	0,9794	0,382	1,618	0,374	1,585	3,336	0,770	1,025	5,647	0,307	1,693
14	0,802	0,235	0,817	0,9810	0,406	1,594	0,399	1,563	3,407	0,763	1,118	5,696	0,328	1,672
15	0,775	0,223	0,789	0,9823	0,428	1,572	0,421	1,544	3,472	0,756	1,203	5,741	0,347	1,653
16	0,750	0,212	0,763	0,9835	0,448	1,552	0,440	1,526	3,532	0,750	1,282	5,782	0,363	1,637
17	0,728	0,203	0,739	0,9845	0,466	1,534	0,458	1,511	3,588	0,744	1,356	5,820	0,378	1,622
18	0,707	0,194	0,718	0,9854	0,482	1,518	0,475	1,496	3,640	0,739	1,424	5,856	0,391	1,608
19	0,688	0,187	0,698	0,9862	0,497	1,503	0,490	1,483	3,689	0,734	1,487	5,891	0,403	1,597
20	0,671	0,180	0,680	0,9869	0,510	1,490	0,504	1,470	3,735	0,729	1,549	5,921	0,415	1,585
21	0,655	0,173	0,663	0,9876	0,523	1,477	0,516	1,459	3,778	0,724	1,605	5,951	0,425	1,575
22	0,640	0,167	0,647	0,9882	0,534	1,466	0,528	1,448	3,819	0,720	1,659	5,979	0,434	1,566
23	0,626	0,162	0,633	0,9887	0,545	1,455	0,539	1,438	3,858	0,716	1,710	6,006	0,443	1,557
24	0,612	0,157	0,619	0,9892	0,555	1,445	0,549	1,429	3,895	0,712	1,759	6,031	0,451	1,548
25	0,600	0,153	0,606	0,9896	0,565	1,435	0,559	1,420	3,931	0,708	1,806	6,056	0,459	1,541

Fonte: ASTM Manual on Presentation of Data and Control Chart Analysis. (ASTM STP 15D)

Copyright 1976 American Society for Testing and Materials, Philadelphia, PA.



## (2) Cálculo dos limites de controle

- Para o desvio padrão médio:

$$\bar{s} = \frac{7,90 + 8,37 + 5,48 + \dots + 9,62 + 5,70}{15} = 7,55$$

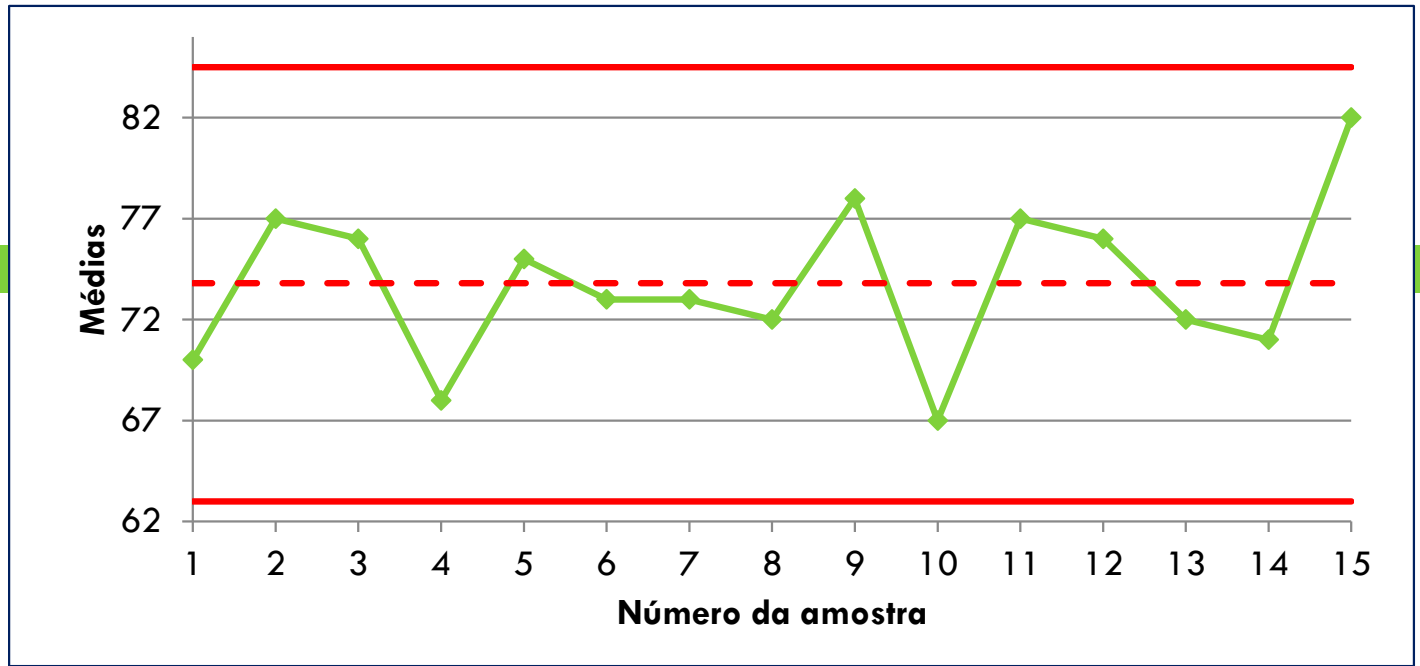
- Limites da carta de Médias:

$$\begin{aligned} \text{LCI} &= 73,8 - \mathbf{1,423} \times 7,55 = 63,0 \\ \text{LCS} &= 73,8 + \mathbf{1,423} \times 7,55 = 84,5 \end{aligned}$$

- Limites da carta de Desvio Padrão:

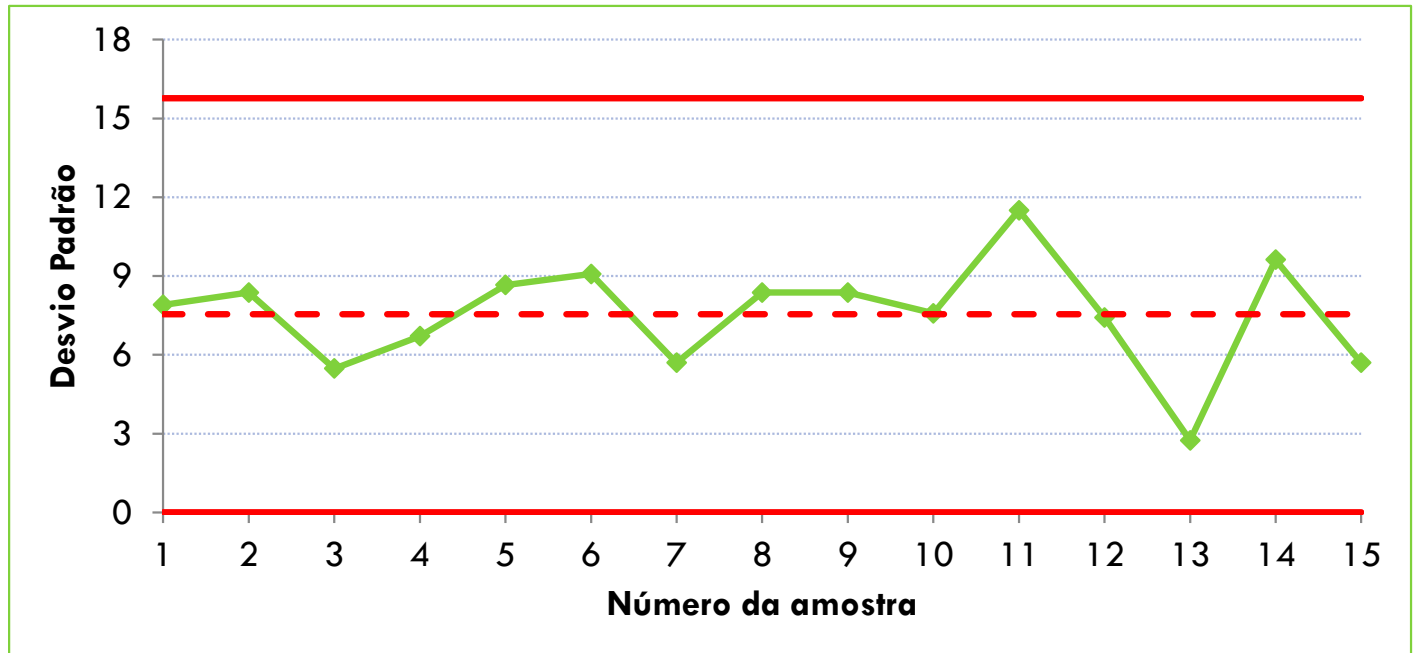
$$\begin{aligned} \text{LCI} &= \mathbf{0} \times 7,55 = 0,0 \\ \text{LCS} &= \mathbf{2,089} \times 7,55 = 15,77 \end{aligned}$$

# Carta para médias

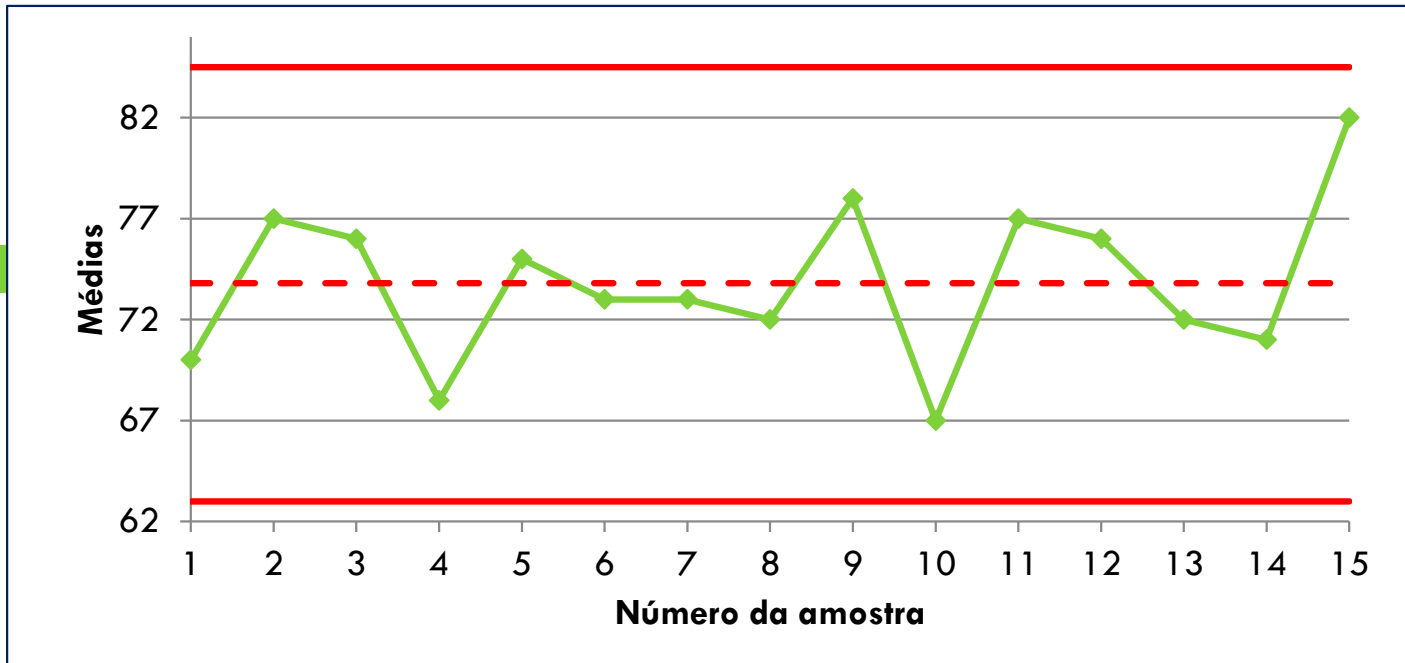


## Interpretação da carta?

# Carta para desvio padrão

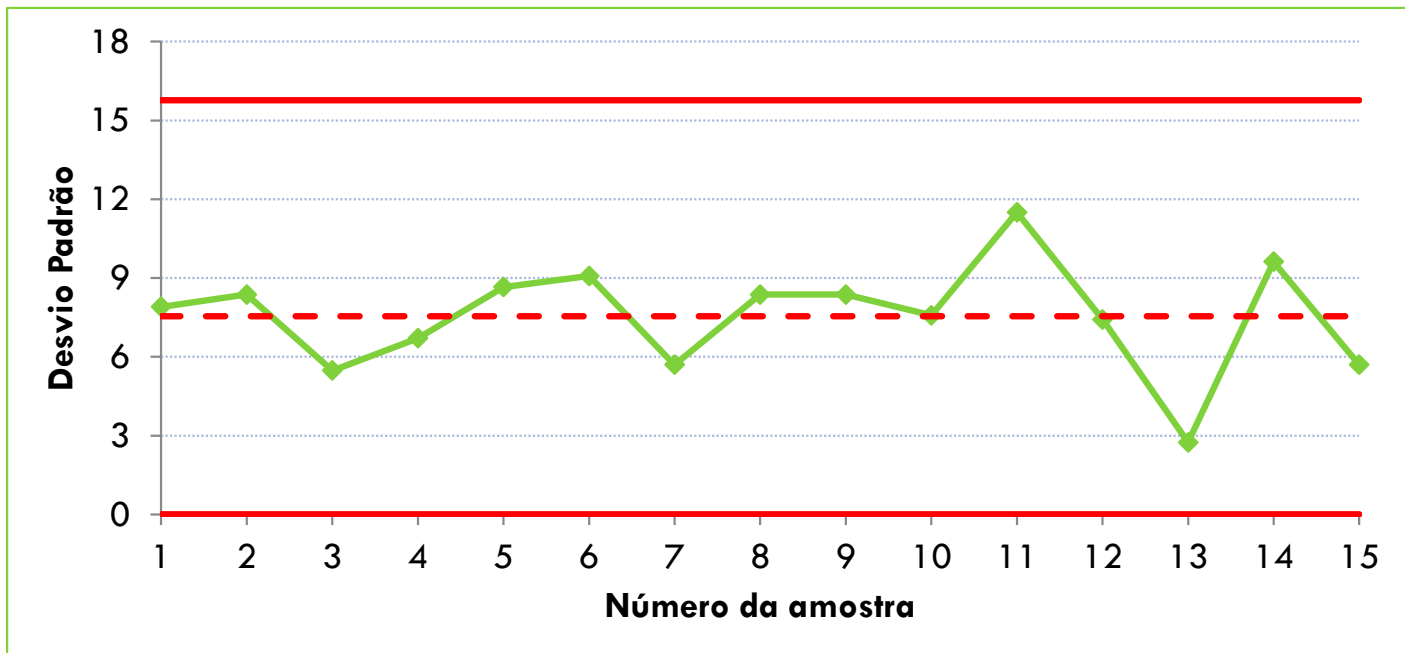


Carta  
para  
médias



Processo  
sob  
controle

Carta  
para  
desvio  
padrão



# Atividade Avaliativa 2

A fim de avaliar a conformidade do peso médio de comprimidos em relação à especificação do fabricante, foram realizadas dez pesagens por dia em condições de repetibilidade, num total de 22 subgrupos. No quadro ao lado são apresentados os resultados das pesagens efetuadas. Construa a carta Xbarra-s e conclua sobre a estabilidade do processo:

	Replicatas										s
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
1	0,9671	0,8578	0,9047	0,9744	0,9834	0,9054	1,1321	1,1035	1,094	1,0814	0,09655
2	0,8739	1,0888	1,0485	1,0615	0,8809	0,9916	1,0704	0,901	1,0597	1,027	0,08382
3	0,859	0,9177	0,8582	0,8952	1,0332	1,1486	0,936	0,9573	1,1399	0,911	0,10673
4	0,9165	1,0665	1,0993	0,9551	1,0678	1,1128	1,1081	0,9406	0,9094	0,8907	0,0916
5	0,8737	1,0233	1,0913	0,9497	0,9999	0,8844	0,9419	1,137	1,0967	1,0885	0,09387
6	1,033	0,8913	1,0365	1,0034	1,0571	0,9975	1,1274	0,8667	0,8652	0,9613	0,08731
7	1,0267	1,0336	0,961	1,0135	0,9655	0,8899	0,9992	1,1031	0,9069	0,965	0,06284
8	0,9844	1,0887	0,9099	1,1291	1,0166	1,0874	1,0193	1,1087	0,9827	1,0907	0,06999
9	0,9558	1,0053	1,1373	0,9072	0,9264	0,8511	1,0731	1,0399	1,1279	1,0869	0,09812
10	1,0254	1,0603	0,9646	0,8956	0,9089	0,8851	0,9528	1,076	1,0328	0,9188	0,07132
11	1,1338	0,892	1,0919	1,0676	1,067	0,9806	1,0798	0,8872	0,9253	0,8533	0,10198
12	1,0217	0,8722	0,9642	0,9759	1,0735	1,1467	0,9872	0,96	0,9832	0,866	0,0839
13	0,9788	0,8519	1,0638	0,8879	0,927	0,9518	0,971	1,0243	1,0076	1,149	0,0862
14	1,1366	1,0307	1,0518	0,9069	1,0513	1,1447	1,0688	0,8814	1,0449	1,1316	0,08977
15	1,1461	1,009	0,9999	1,1477	1,0999	1,15	1,0768	0,979	1,0869	1,1	0,06356
16	0,9491	0,9662	1,0836	1,1261	0,8616	0,875	0,8968	1,0288	1,1423	0,9207	0,10391
17	0,9359	0,8665	0,9132	0,9061	1,1337	0,8667	1,0662	1,0836	1,0985	0,9568	0,10213
18	0,9107	0,9997	0,9191	0,9382	0,9904	1,1304	1,0933	0,8869	1,0171	0,8698	0,08705
19	1,1028	1,1181	0,9164	0,9779	1,1051	0,8959	1,1348	1,0493	0,866	0,9251	0,10393
20	0,9023	1,0109	1,0028	1,0078	1,0994	1,1093	0,9615	0,9004	1,1248	0,9955	0,07975
21	0,8986	0,8544	0,9101	0,7	0,9911	0,8754	1,0791	0,9803	0,9	0,8861	0,09958
22	0,9983	0,8821	0,9215	1,1253	0,9156	0,8855	0,8656	1,0697	1,0336	1,0351	0,09075

# **CARTAS DE CONTROLE PARA MEDIANA E AMPLITUDE (Md – R)**

**Gestão da Produção**

**Prof. Eveline Pereira**

# Carta de controle para Md-R

□ Monitorar a mediana (**Md**) ao invés de monitorar a média pode trazer algumas vantagens:

- A mediana é mais fácil de calcular que a média;
- A mediana é robusta à presença de dados atípicos;

Amostra A 10 12 14 16 18

$$\bar{x} = 14 \dots Md = 14 \dots R = 8$$

Amostra B 10 12 14 16 58

$$\bar{x} = 22 \dots Md = 14 \dots R = 48$$

- Para este procedimento ser prático, o subgrupo deve ser pequeno e com tamanho ímpar ( $n = 3, 5$  ou  $7$ ).

*O monitoramento segue a mesma ótica vista para as médias: qualquer valor de amplitude ou mediana fora dos limites de controle indica que o operador deve agir para corrigir o processo ou notificar o supervisor e pessoal de suporte.*

# Cálculo dos limites de controle

- Os limites de controle são calculados usando o valor médio das medianas ( $\overline{Md}$ ):

Para amplitude:

$$LCS = D_4 \bar{R}$$

$$LCI = D_3 \bar{R}$$

Para medianas:

$$LCS = \overline{Md} + \tilde{A}_2 \bar{R}$$

$$LCI = \overline{Md} - \tilde{A}_2 \bar{R}$$

n	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\tilde{A}_2$	1,88	1,19	0,80	0,69	0,55	0,51	0,43	0,41	0,36

# Carta de controle para Md-R

Nome da parte	Tanque de óleo	Especificações	30 a 90 microns
Número da parte	0012-5	Instrumento	Micrometro
Operação	Pintura externa	Amostra/Freq.	5 /2 horas
Máquina	025	Unidade	microns
Característica	Recobrimento	Carta No.	03

Data	6/3					7/3					8/3				
Hora	8	10	12	14	16	8	10	12	14	16	8	10	12	14	16
Operador	A	A	A	B	B	A	A	A	B	B	A	A	A	B	B
1	65	75	80	65	80	75	80	70	85	65	75	85	70	70	75
2	70	70	70	65	60	70	75	65	85	65	60	65	75	65	80
3	75	80	70	65	80	60	65	75	75	65	75	75	75	85	85
4	60	90	80	80	80	85	75	65	65	80	85	75	70	60	80
5	80	70	80	65	75	75	70	85	80	60	90	80	70	75	90
Soma	350	385	380	340	375	365	365	360	390	335	385	380	360	355	410
Mediana	70	75	80	65	80	75	75	70	80	65	75	75	70	70	80
Amplitude	20	20	10	15	20	25	15	20	20	20	30	20	5	25	15



# Cálculo dos limites de controle

- Média das Medianas:

$$\overline{Md} = \frac{70 + 75 + \dots + 70 + 80}{15} = 73,7$$

- Limites da carta de Medianas:

$$LCI = 73,7 - 0,69 \times 18,7 = 60,8$$

$$LCS = 73,7 + 0,69 \times 18,7 = 86,6$$

- Limites da carta de Amplitude:

$$LCI = 0 \times 18,7 = 0,0$$

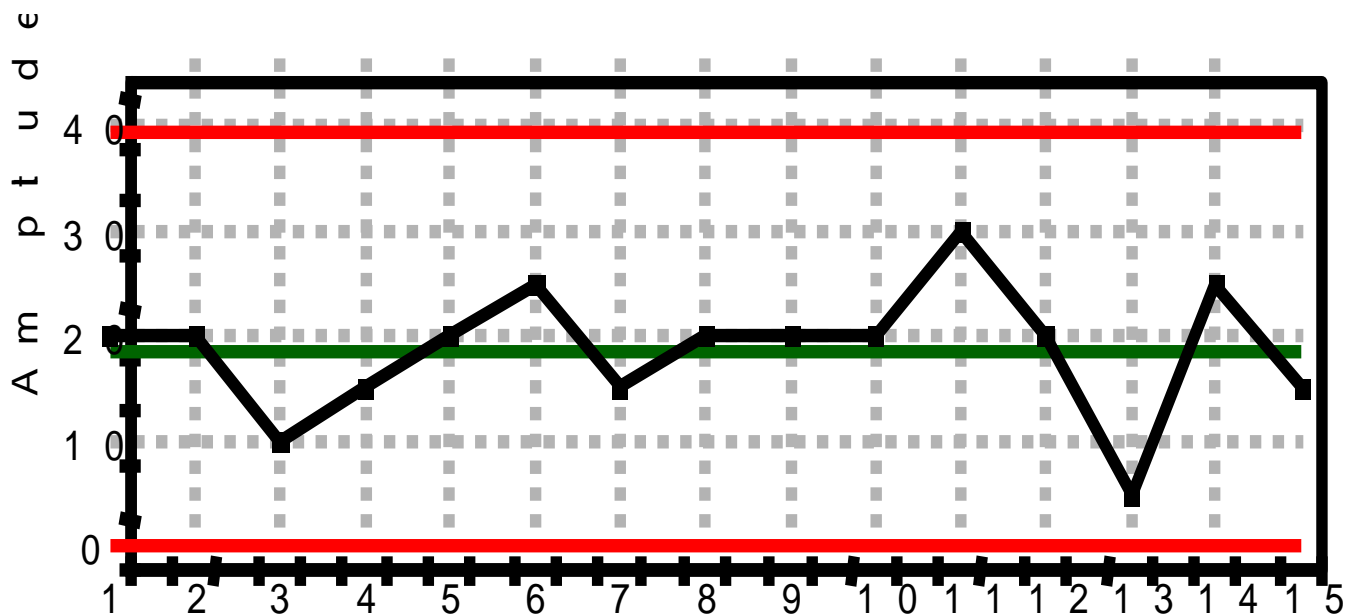
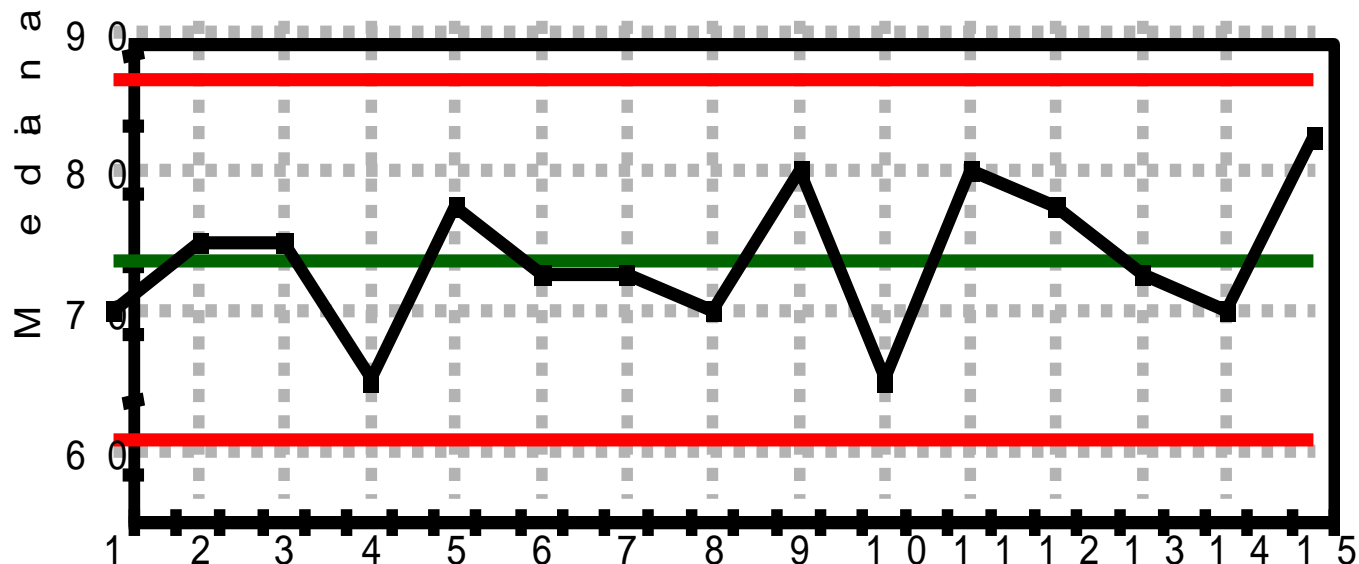
$$LCS = 2,114 \times 18,7 = 39,6$$

# CC para Mediana e Amplitude

Carta  
para  
medianas

Processo  
sob  
controle  
estatístico

Carta  
para  
amplitudes



# Atividade

## Avaliativa 3:

Considere os dados apresentados a seguir.

Calcule a mediana e amplitude de cada subgrupo e plote as respectivas cartas.

Conclua a respeito da estabilidade e da capacidade do processo considerando que as especificações são  $20 \pm 10$ .

	x1	x2	x3	x4	x5
1	12	18	20	30	20
2	21	8	12	21	12
3	14	16	21	9	21
4	17	17	12	26	12
5	18	20	15	27	15
6	24	21	20	21	20
7	32	19	16	19	16
8	14	9	20	9	20
9	18	13	16	25	16
10	30	31	21	25	21
11	17	24	28	31	28
12	13	26	18	21	18
13	33	18	26	29	26
14	15	26	20	23	20
15	23	14	21	31	21
16	31	20	22	27	22
17	19	16	24	19	24
18	31	14	20	21	20
19	17	12	18	23	18
20	29	30	24	31	24

# **CARTAS DE CONTROLE PARA VALORES INDIVIDUAIS E AMPLITUDE MÓVEL (I-MR) OU (VI – AM)**

**Gestão da Produção**

**Prof. Eveline Pereira**

# Carta de controle para VI-AM

- Algumas vezes é preciso fazer o controle do processo usando medidas individuais.
- Esse será o caso quando:
  - Taxa de produção é muito baixa (por ex: 1 produto por dia);
  - Inspeção automatizada, onde toda unidade produzida é avaliada;
  - Os testes são muito caros (por ex: testes destrutivos ou que exijam a parada da produção);
  - As características são muito homogêneas e variam muito lentamente (por ex: um digestor químico).

# Carta de controle para VI-AM

- As amostras têm tamanho  $n = 1$ .
- As expressões empregadas para o cálculo dos LC são basicamente as mesmas utilizadas nas cartas anteriores, com as seguintes alterações:
  - Fazer  $n = 1$ .
  - Considerar  $\bar{x}$  em lugar de  $\bar{\bar{x}}$ .
  - Utilizar a **amplitude móvel** ( $AM_i$ ) de duas observações sucessivas para estimar a variabilidade do processo:

$$AM_i = |x_i - x_{i-1}|$$

# Cálculo dos limites de controle

- Para a carta  $\bar{x}$ :

$$LCS = \bar{\bar{x}} + \frac{3\overline{AM}}{d_2}$$

$$LM = \bar{\bar{x}}$$

$$LCI = \bar{\bar{x}} - \frac{3\overline{AM}}{d_2}$$

- Para a carta  $AM$ :

$$LCS = D_4 \cdot \overline{AM}$$

$$LM = \overline{AM}$$

$$LCI = D_3 \cdot \overline{AM}$$

- $D_3$ ,  $D_4$  e  $d_2$  devem ser obtidos da tabela de fatores para  $n = 2$ , já que a carta é baseada na amplitude móvel entre 2 observações.

**Exemplo:** Uma substância química que envolve reações químicas muito lentas é produzida em uma indústria através de bateladas. Uma das características de qualidade dessa substância é o seu teor de pureza (%), o qual deveria ser superior a 85%, de acordo com as especificações.

Amostra (i)	Teor de pureza (%)	Amostra (i)	Teor de pureza (%)
1	92,9	13	94,8
2	94,9	14	96,4
3	89,8	15	91,4
4	95,2	16	89,2
5	92,8	17	93,7
6	92,2	18	90,8
7	88,3	19	91,8
8	90,4	20	93,1
9	89,1	21	89,9
10	90,7	22	93,4
11	93,0	23	87,2
12	93,9	24	92,2



Amostra (i)	Teor de pureza (%)	Amplitude móvel (AM)
1	92,90	-
2	94,90	2,00
3	89,80	5,10
4	95,20	5,40
5	92,80	2,40
6	92,20	0,60
7	88,30	3,90
8	90,40	2,10
9	89,10	1,30
10	90,70	1,60
11	93,00	2,30
12	93,90	0,90
13	94,80	0,90
14	96,40	1,60
15	91,40	5,00
16	89,20	2,20
17	93,70	4,50
18	90,80	2,90
19	91,80	1,00
20	93,10	1,30
21	89,90	3,20
22	93,40	3,50
23	87,20	6,20
24	92,20	5,00
Médias	91,96	2,82

### Valores individuais

$$LCS = \bar{x} + \frac{3\overline{AM}}{d_2}$$

$$LM = \bar{x}$$

$$LCI = \bar{x} - \frac{3\overline{AM}}{d_2}$$

$$LCS = 91,96 + \frac{3 \cdot 2,82}{1,128} = 99,46$$

$$LM = 91,96$$

$$LCI = 91,96 - \frac{3 \cdot 2,82}{1,128} = 84,46$$

### Amplitude Móvel

$$LCS = D_4 \cdot \overline{AM}$$

$$LM = \overline{AM}$$

$$LCI = D_3 \cdot \overline{AM}$$

$$LCS = 3,267 \cdot 2,82 = 9,21$$

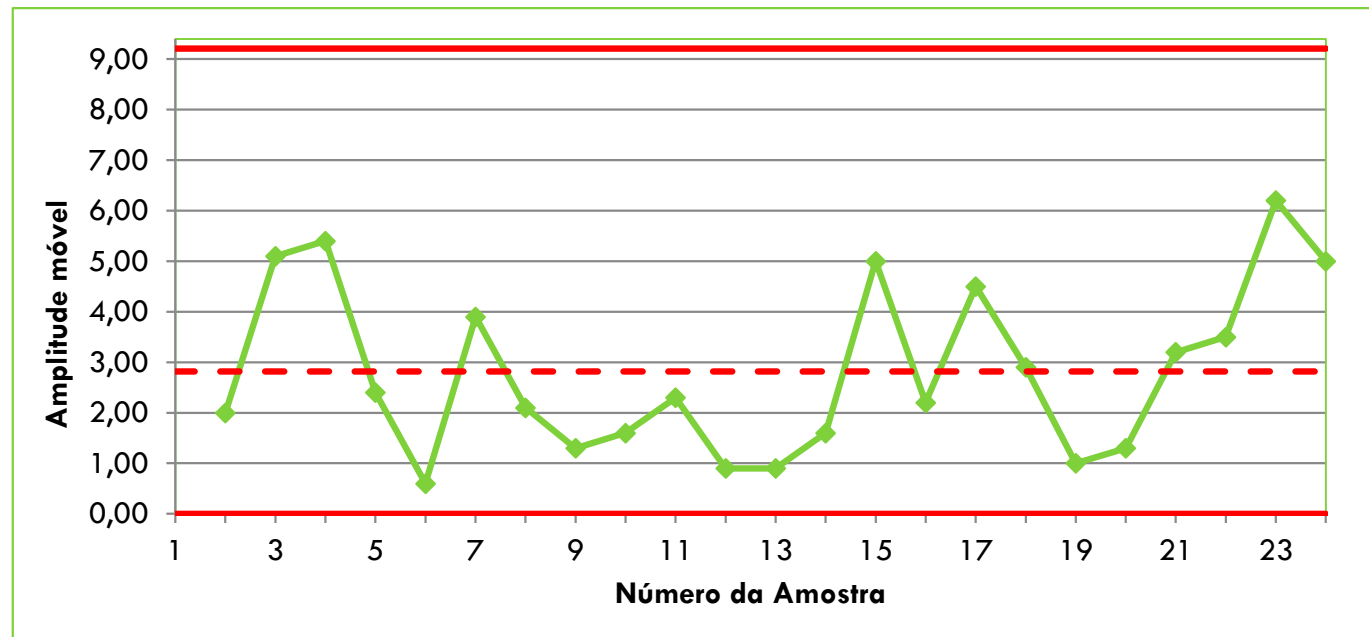
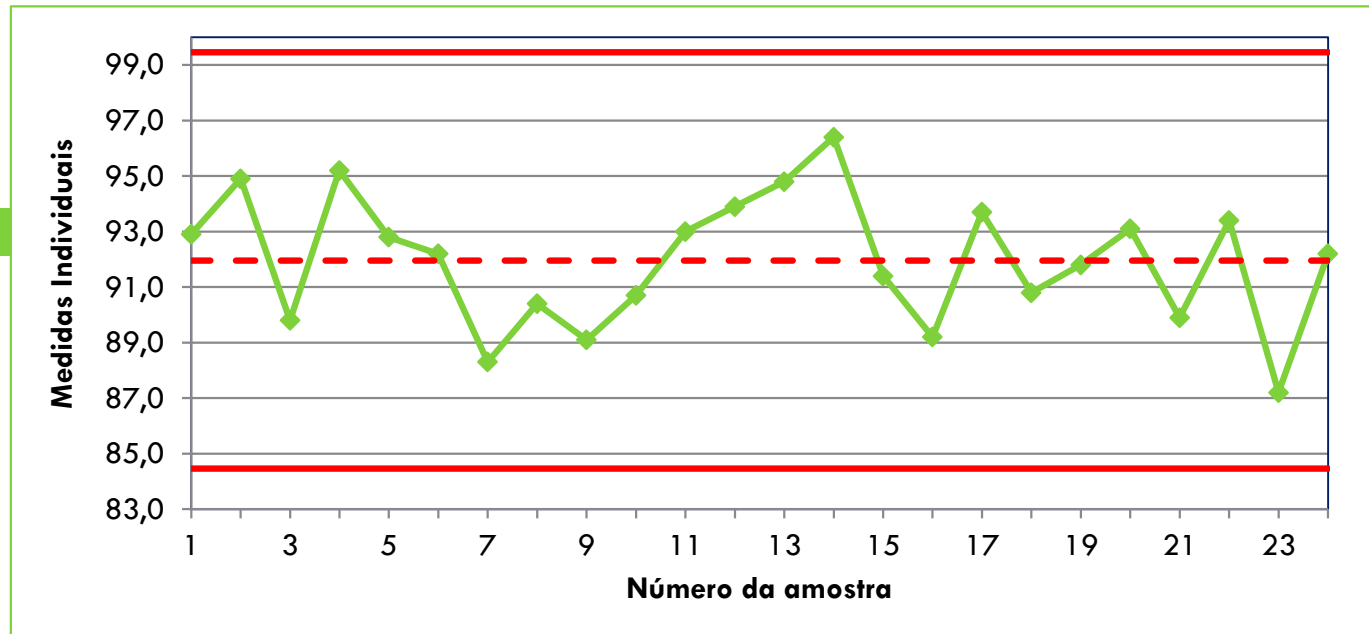
$$LM = 2,82$$

$$LCI = 0 \cdot 2,82 = 0,00$$

Carta  
para  
Valores  
Individuais

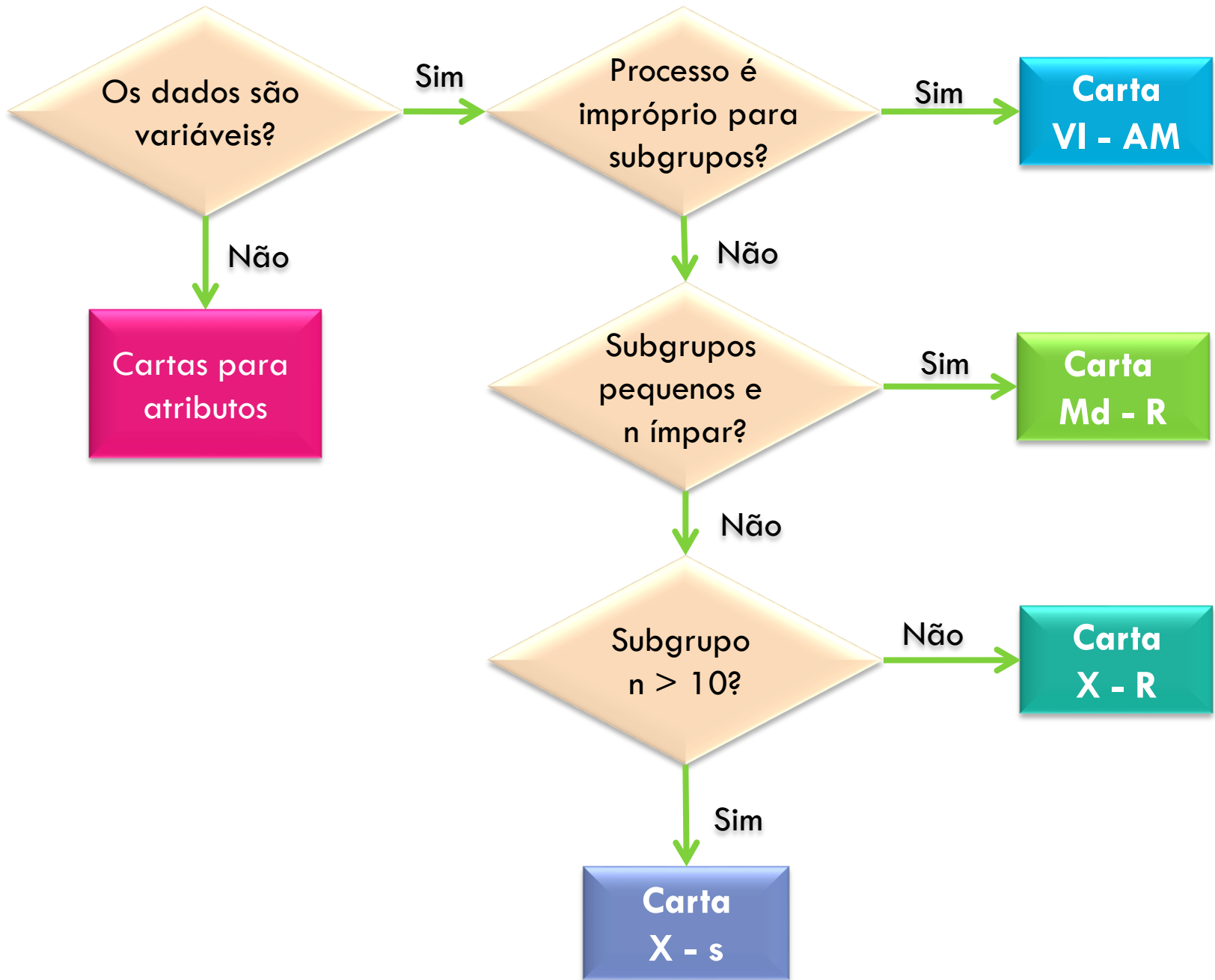
Processo  
sob  
controle  
estatístico

Carta  
para  
amplitude  
móvel



## Afinal, como decidir qual a carta adequada ao processo ?

- Média – Amplitude ( $\bar{X} - R$ )
- Média – Desvio Padrão ( $\bar{X} - s$ ),
- Mediana – Amplitude ( $Md - R$ ) ou
- Valores Individuais – Amplitude Móvel ( $VI - AM$ )



# Atividade

## Avaliativa 4:

No quadro ao lado são apresentados os resultados da avaliação do teor de fibras (g/100 g) em sopa de legumes desidratada usada como controle interno. As medições foram feitas semanalmente, totalizando 25 semanas. Construa a carta I-MR e avalie o processo:

Teor de fibras totais em sopa de legumes desidratada (g/100 g).	
Nº de Subgrupos (m)	Resultados Individuais (I)
1	20,6
2	21
3	20,1
4	20,8
5	21,2
6	21,3
7	20,4
8	19,7
9	19,9
10	20,5
11	20,2
12	21,2
13	19,4
14	21
15	21,5
16	19,7
17	21
18	20,5
19	20,3
20	20,6
21	19,9
22	20,1
23	20
24	20,3
25	19,4

# ANEXO A

## VALORES DAS CONSTANTES PARA CÁLCULO DOS LIMITES DE CONTROLE

n	Fatores para Limites de Controle											Fatores para Linha Central			
	A	A <sub>2</sub>	A <sub>3</sub>	B <sub>3</sub>	B <sub>4</sub>	B <sub>5</sub>	B <sub>6</sub>	D <sub>1</sub>	D <sub>2</sub>	D <sub>3</sub>	D <sub>4</sub>	c <sub>4</sub>	1/c <sub>4</sub>	d <sub>2</sub>	1/d <sub>2</sub>
2	2,121	1,880	2,859	0,000	3,267	0,000	2,606	0,000	3,686	0,000	3,267	0,7979	1,2533	1,128	0,8865
3	1,732	1,023	1,954	0,000	2,668	0,000	2,276	0,000	4,358	0,000	2,574	0,8862	1,1284	1,693	0,5907
4	1,500	0,729	1,828	0,000	2,266	0,000	2,088	0,000	4,698	0,000	2,282	0,9213	1,0854	2,059	0,4857
5	1,342	0,577	1,427	0,000	2,089	0,000	1,964	0,000	4,918	0,000	2,114	0,9400	1,0638	2,326	0,4299
6	1,225	0,483	1,287	0,030	1,970	0,029	1,874	0,000	5,078	0,000	2,004	0,9515	1,0510	2,534	0,3946
7	1,134	0,419	1,182	0,118	1,882	0,113	1,806	0,204	5,204	0,076	1,924	0,9594	1,0423	2,704	0,3698
8	1,061	0,373	1,099	0,185	1,815	0,179	1,751	0,388	5,306	0,136	1,864	0,9650	1,0363	2,847	0,3512
9	1,000	0,337	1,032	0,239	1,761	0,232	1,707	0,547	5,393	0,184	1,816	0,9693	1,0317	2,970	0,3367
10	0,949	0,308	0,975	0,284	1,716	0,276	1,669	0,687	5,469	0,223	1,777	0,9727	1,0281	3,078	0,3249
11	0,905	0,285	0,927	0,321	1,679	0,313	1,637	0,811	5,535	0,256	1,744	0,9754	1,0252	3,173	0,3152
12	0,866	0,266	0,886	0,354	1,646	0,346	1,610	0,922	5,594	0,283	1,717	0,9776	1,0229	3,258	0,3069
13	0,832	0,249	0,850	0,382	1,618	0,374	1,585	1,025	5,647	0,307	1,693	0,9794	1,0210	3,336	0,2998
14	0,802	0,235	0,817	0,406	1,594	0,399	1,563	1,118	5,696	0,328	1,672	0,9810	1,0194	3,407	0,2935
15	0,775	0,223	0,789	0,428	1,572	0,421	1,544	1,203	5,741	0,347	1,653	0,9823	1,0180	3,472	0,2880
16	0,750	0,212	0,763	0,448	1,552	0,440	1,526	1,282	5,782	0,363	1,637	0,9835	1,0168	3,532	0,2831
17	0,728	0,203	0,739	0,466	1,534	0,458	1,511	1,356	5,820	0,378	1,622	0,9845	1,0157	3,588	0,2787
18	0,707	0,194	0,718	0,482	1,518	0,475	1,496	1,424	5,856	0,391	1,608	0,9854	1,0148	3,640	0,2747
19	0,688	0,187	0,698	0,497	1,503	0,490	1,483	1,487	5,891	0,403	1,597	0,9862	1,0140	3,689	0,2711
20	0,671	0,180	0,680	0,510	1,490	0,504	1,470	1,549	5,921	0,415	1,585	0,9869	1,0133	3,735	0,2677
21	0,655	0,173	0,663	0,523	1,477	0,516	1,459	1,605	5,951	0,425	1,575	0,9876	1,0126	3,778	0,2647
22	0,640	0,167	0,647	0,534	1,466	0,528	1,448	1,659	5,979	0,434	1,566	0,9882	1,0119	3,819	0,2618
23	0,626	0,162	0,633	0,545	1,455	0,539	1,438	1,710	6,006	0,443	1,557	0,9887	1,0114	3,858	0,2592
24	0,612	0,157	0,619	0,555	1,445	0,549	1,429	1,759	6,031	0,451	1,548	0,9892	1,0109	3,895	0,2567
25	0,600	0,153	0,606	0,565	1,435	0,559	1,420	1,806	6,056	0,459	1,541	0,9896	1,0105	3,931	0,2544

n = número de replicatas

Fonte: ISO 8258 – *Shewhart control charts*.