

CARTAS DE CONTROLE PARA ATRIBUTOS

Gestão da Produção

Prof. Eveline Pereira

Atributos

- Atributos são características que podem assumir apenas dois valores:

conforme ou não-conforme,



Não-conforme = defeituoso
Não-conformidade = defeito

- Exemplos:
 - A presença de uma etiqueta;
 - A continuidade de uma costura;
 - A existência de manchas ou risco;
 - Formulário preenchido corretamente, etc.

Importância das CC para atributos:

- Atributos existem na maioria dos processos técnicos ou administrativos; portanto, há muitas aplicações para este tipo de carta,
- Muitas vezes já existem **dados históricos** do tipo atributo,
- Em geral, não requerem muita **especialização** para a coleta dos dados,
- Monitorar atributos pode ser uma etapa **intermediária**, anterior à monitoração de variáveis,

Modalidades das CC para atributos:

- A **carta p** para **% de não-conformes**
 - as amostras podem ser de tamanhos diferentes,

- A **carta np** para **número de unidades não-conformes**
 - as amostras devem ter o mesmo tamanho,

- A **carta c** para **número de não conformidades**
 - as amostras devem ser do mesmo tamanho,

- A **carta u** para **número de não-conformidades por unidade**
 - as amostras podem ser de tamanhos diferentes,

CARTA DE CONTROLE *P*

para % de itens não-conformes

Carta p para % de não-conformes

- O **carta p** deverá ser utilizada quando desejarmos controlar **a porcentagem ou porção defeituosa na amostra.**
- As peças, de acordo com o critério estabelecido **são classificadas em perfeitas ou defeituosas.**
- Admitindo-se que o processo seja mantido sob o controle estatístico, a probabilidade de se produzir uma peça defeituosa mantém-se constante.

Carta p para % de não-conformes

- Quanto melhor a qualidade, tanto maior o tamanho do subgrupo necessário para detectar falta de controle.
- As amostragens podem ser definidas como 100 unids. coletadas 2X ao dia ou 80 unids. extraídas de cada lote de produção, etc.
- Seleção do tamanho e frequência dos subgrupos
 - Cartas de atributo exigem subgrupos de tamanho considerável (em geral 50 a 200 unidades ou mais),

Carta p para % de não-conformes

- A frequência de amostragem deve fazer sentido em termos de períodos de produção,

- Por exemplo:
 - 1 amostragem a cada lote, ou
 - 1 amostragem por turno, ou
 - 1 amostragem a cada *setup*, etc,

Cálculo dos limites de controle (carta p)

- **Percentual de não-conformes (p)**
 - Para cada subgrupo, anotar
 - n = número de itens inspecionados
 - d = número de itens defeituosos (não-conformes)

□ E então, calcular:

□ O percentual de não-conformes: $p = \frac{d}{n}$

□ O percentual médio de não-conformes:

$$\bar{p} = \frac{d_1 + d_2 + \dots + d_k}{n_1 + n_2 + \dots + n_k}$$

□ O desvio padrão:

$$\sigma = \frac{\sqrt{\bar{p}(1 - \bar{p})}}{\sqrt{n_i}}$$

Cálculo dos limites de controle

- Onde
 - d_i é o número de itens não-conformes no subgrupo i ,
 - n_i é o tamanho da amostra do subgrupo i e
 - k é o número de subgrupos,

- Esses cálculos devem ser feitos com um número grande de subgrupos, $k > 25$

Cálculo dos limites de controle

□ Limites de controle: $LCS = \bar{p} + 3\sigma$

$$LCI = \bar{p} - 3\sigma$$

□ A linha média (\bar{p}) é traçada em linha cheia e os limites de controle em linha pontilhada,

□ Se o limite inferior resultar **negativo**, então ele deve ser **fixado em zero**,

Se o tamanho dos subgrupos for variável, os limites de controle não serão uma linha contínua, mas uma linha dentada

Cálculo dos limites de controle

- Mas, se a **diferença nos tamanhos de amostras for pequena** (< 25%), pode-se usar a **média dos tamanhos de amostras**,
- Dessa forma, o desvio-padrão será calculando usando-se:

$$\sigma_p = \frac{\sqrt{\bar{p}(1 - \bar{p})}}{\sqrt{\bar{n}}}$$



Interpretação do controle do processo

- A presença de um ou mais pontos fora dos limites de controle é uma evidência de **instabilidade**,
- Se o processo está sob controle estatístico, a probabilidade de um ponto fora dos limites de controle é muito pequena
- Quando isso acontece, deve-se assumir a presença de **causas especiais**,
- **Um ponto acima dos LCS indica que o processo piorou**,
- **Um ponto abaixo do LCI indica que o processo melhorou**,
- E, antes de disparar uma investigação no processo, devemos verificar o ponto anotado,

Corridas

- Mesmo com todos os pontos dentro dos limites de controle, podem haver evidências de que o processo sofreu alteração,
- As seguintes constatações indicam alterações no processo (válidas para $n\bar{p} > 9$):
 - 7 pontos em sequência acima (ou abaixo) da linha central
 - 7 pontos em sequência ascendente (ou descendente)
- Corridas ascendentes ou corridas acima da média indicam que o desempenho do processo piorou,
- Corridas descendentes ou corridas abaixo da média indicam que o processo melhorou,

Detecção e correção de causas especiais

- Quando uma indicação fora do controle é identificada, o processo deve ser estudado para determinar a causa,
- No caso de pontos **acima do limite de controle superior**, as **causas** devem ser **corrigidas** e as ações devem ser tais que impeçam sua recorrência,
- No caso de pontos **abaixo do limite inferior**, as **causas** devem ser **padronizadas**, pois representam uma melhoria no processo,
- Para o estudo das causas especiais, a **análise de Pareto** e **diagramas de Causa e Efeito** são recomendados,

Revisão dos limites de controle

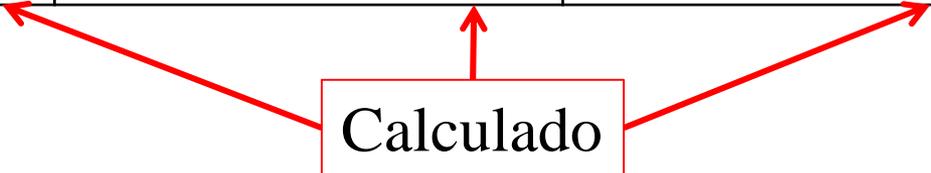
- Se ações de melhoria estão sendo tomadas, o processo deve apresentar um desempenho mais consistente, com redução do percentual médio de não-conformes,
- Assim, periodicamente, os limites de controle devem ser reavaliados e, sempre que houver evidência para tanto, estreitados,
- Esse enfoque dinâmico mantém as cartas de controle atualizadas e eficazes na tarefa de continuar revelando fontes de variabilidade,

Exemplo carta p:

Os dados a seguir representam o número de eixos defeituosos de um certo modelo de motor. As medições foram feitas a partir de lotes de 80 unidades,

Lote	d_i	p_i	Lote	d_i	p_i	Lote	d_i	p_i
1	9		11	18		21	25	
2	11		12	13		22	16	
3	5		13	23		23	10	
4	8		14	9		24	13	
5	17		15	11		25	8	
6	10		16	6		26	14	
7	15		17	14		27	10	
8	11		18	12		28	7	
9	6		19	21		29	13	
10	7		20	19		30	16	

Calculado



Exemplo (resolução)

- Inicialmente, calcula-se:

$$\bar{p} = \frac{\sum d}{\sum n} = \frac{9+11+\dots+16}{80+80+\dots+80} = \frac{377}{2400} = 0,157$$

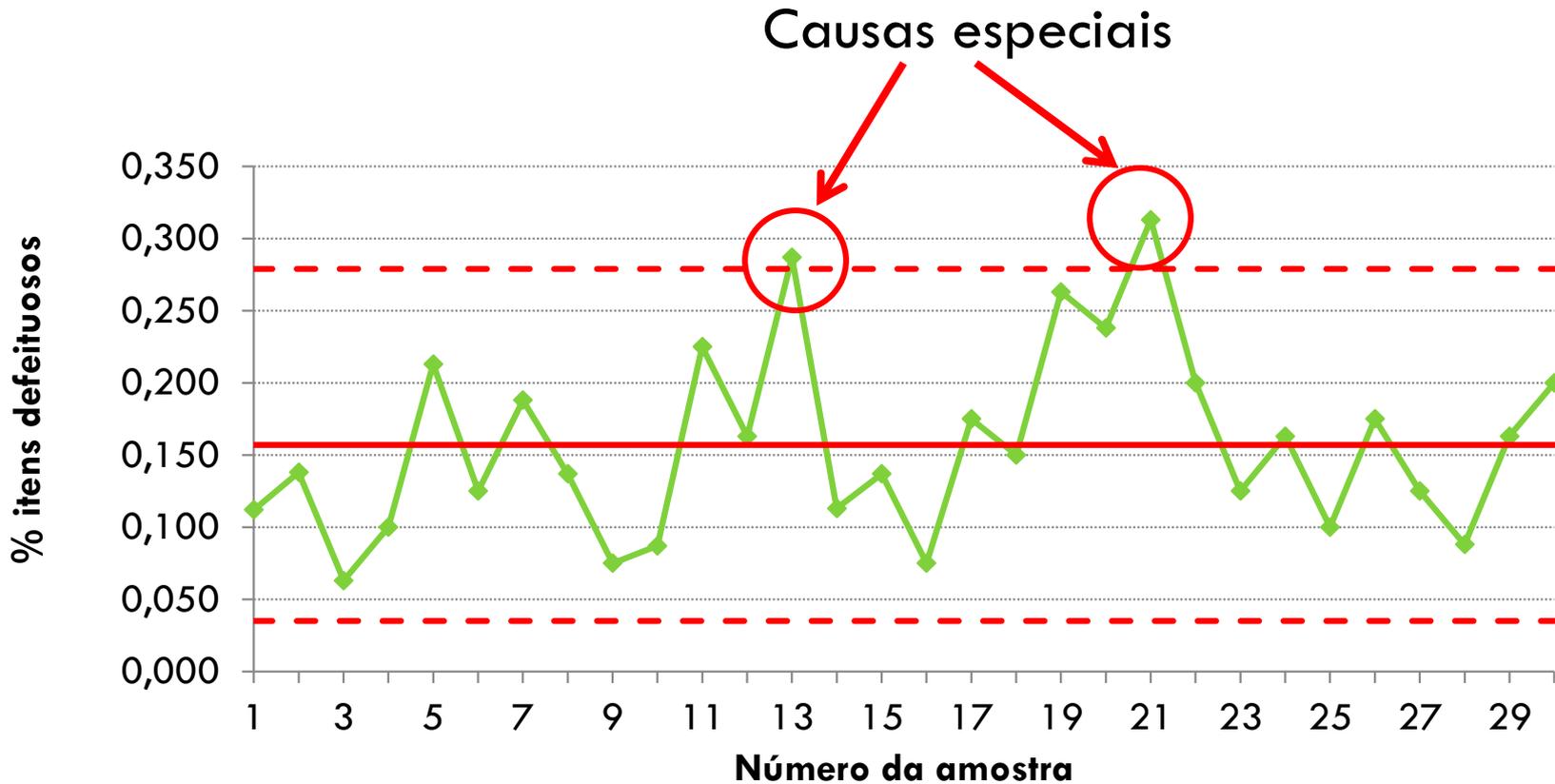
$$\sigma = \frac{\sqrt{\bar{p}(1-\bar{p})}}{\sqrt{n_i}} = \sqrt{\frac{0,157 \cdot (1-0,157)}{80}} = 0,0407$$

- E, logo após, os limites de controle:

$$LCI = \bar{p} - 3\sigma = 0,157 - 3 \cdot 0,0407 = 0,035$$

$$LCS = \bar{p} + 3\sigma = 0,157 + 3 \cdot 0,0407 = 0,279$$

Carta de controle p



Processo fora do controle estatístico

Exemplo (resolução)

- Como o processo apresentou duas causas especiais, recalcule-se os limites de controle eliminando as amostras 13 e 21,

$$\bar{p} = \frac{\Sigma d}{\Sigma n} = \frac{(\Sigma d) - d_{13} - d_{21}}{(\Sigma n) - n_{13} - n_{21}} = \frac{377 - 23 - 25}{2400 - 80 - 80} = \frac{329}{2240} = 0,147$$

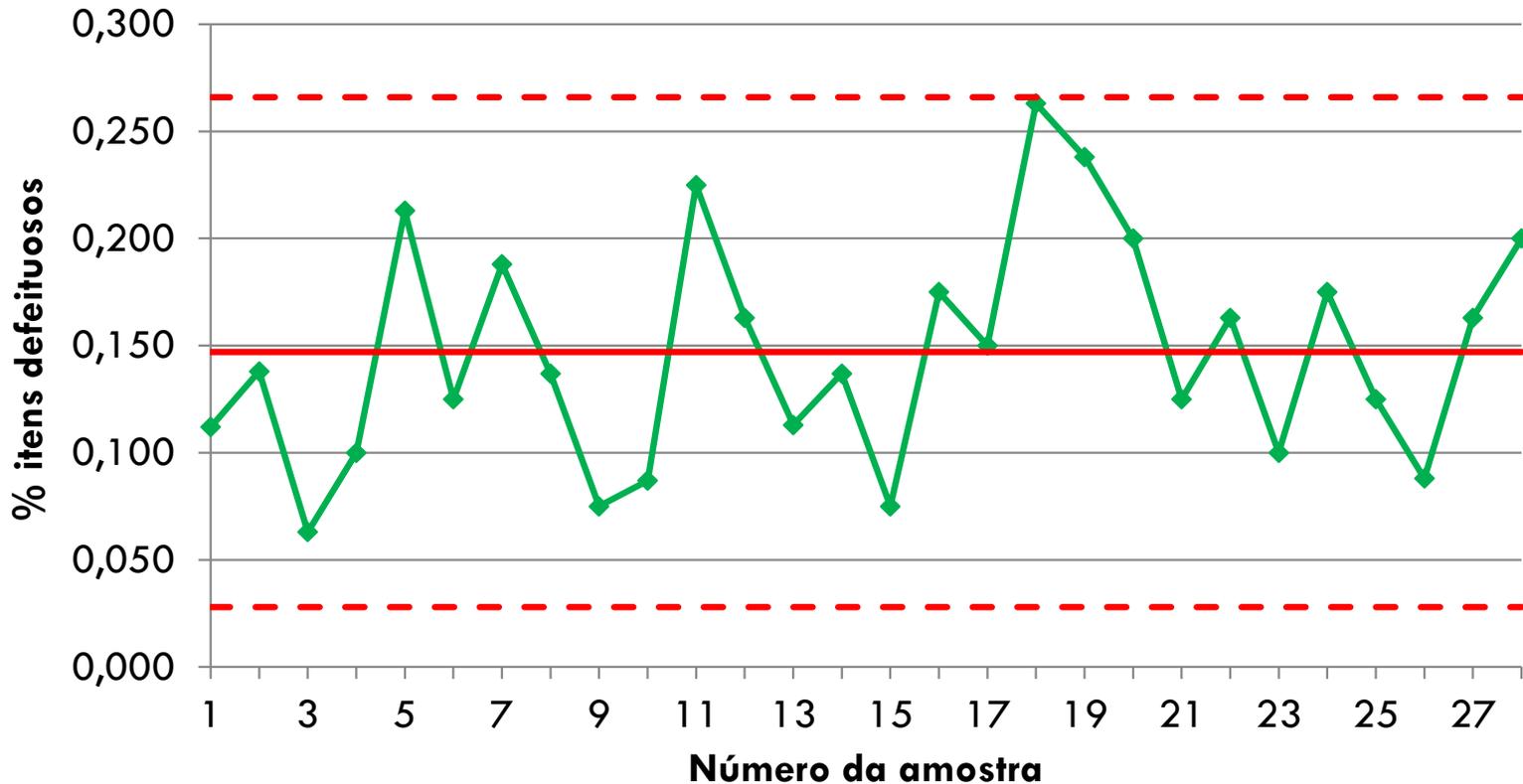
$$\sigma = \frac{\sqrt{\bar{p}(1 - \bar{p})}}{\sqrt{n_i}} = \sqrt{\frac{0,147 \cdot (1 - 0,147)}{80}} = 0,0396$$

- E, os limites de controle recalculados são:

$$LCI = \bar{p} - 3\sigma = 0,147 - 3 \cdot 0,0396 = 0,028$$

$$LCS = \bar{p} + 3\sigma = 0,147 + 3 \cdot 0,0396 = 0,266$$

Carta de controle p recalculada



Processo sob controle estatístico

Atividade

Avaliativa 5:

O quadro ao lado apresenta o resultados de 25 dias de inspeção em tubos conectores. Construa a carta p e analise o processo:

Dados de moldagem defeituosa de tubos conectores

Dia	Tamanho do sub-grupo (n)	Defeituosas (np)
1	95	3
2	102	4
3	108	3
4	90	0
5	104	1
6	112	2
7	88	2
8	96	1
9	105	3
10	104	2
11	92	2
12	109	3
13	101	1
14	97	1
15	93	0
16	96	3
17	100	2
18	107	1
19	103	0
20	91	1
21	97	3
22	99	2
23	108	4
24	103	1
25	98	1

CARTA DE CONTROLE *NP*

Para número de itens não-conformes

Carta np para número de não-conformes

- A **carta np** segue a mesma lógica da carta p , PORÉM, ao invés do % de não-conformes, monitora-se o **número de itens não-conformes**,
- A carta np é mais apropriada quando:
 - o número de não-conformes tem um maior significado
 - o tamanho dos subgrupos é sempre o mesmo (**constante**)

Coleta de dados

- Como o monitoramento é realizado utilizando-se o número de itens defeituosos, deve-se especificar que o **tamanho da amostra** seja **constante**, ou seja, número de unidades a serem inspecionadas a cada amostra,
- Então, anota-se o número de itens não-conformes verificado em cada amostra, sem a necessidade do cálculo do % de itens não-conformes da carta p .

Cálculo dos limites de controle

- Inicialmente calcula-se o número médio de não-conformes e o desvio padrão:

$$n\bar{p} = \frac{d_1 + d_2 + \dots + d_k}{k}$$

$$\sigma = \sqrt{n\bar{p}(1 - \bar{p})}$$

- Onde d_i é o número de itens não-conformes no subgrupo i e k é o número de subgrupos
- E os limites de controle são calculados como:

$$LCI = n\bar{p} - 3\sigma$$

$$LCS = n\bar{p} + 3\sigma$$

Exemplo (carta np):

- Os dados a seguir representam o número de itens defeituosos observados em lotes de 200 unidades de certa peça forjada.

Lote	np (d)	Lote	np (d)
1	7	11	8
2	13	12	7
3	15	13	12
4	9	14	5
5	7	15	15
6	12	16	6
7	6	17	10
8	11	18	16
9	6	19	14
10	8	20	6

Cálculo dos limites de controle

- Número médio de não-conformes:

$$n\bar{p} = \frac{\Sigma d}{k} = \frac{\Sigma np}{k} = \frac{7+13+\dots+6}{20} = \frac{193}{20} = 9,65$$

- Para o desvio padrão, é necessário calcular também o % de não-conformes médio (\bar{p})

$$\bar{p} = \frac{\Sigma d}{\Sigma n} = \frac{7+\dots+6}{20 \cdot 200} = \frac{193}{4000} = 0,048$$

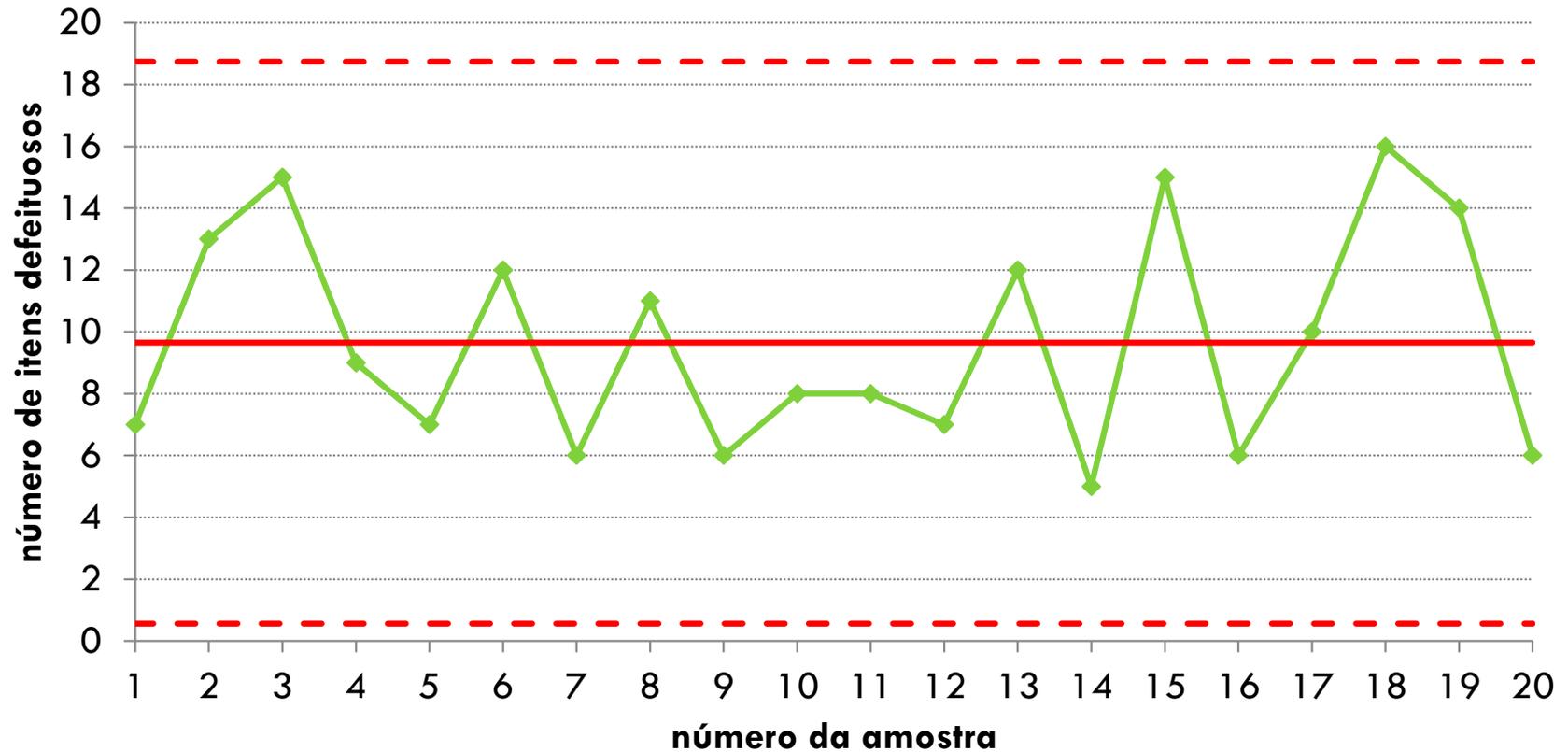
$$\sigma = \sqrt{n\bar{p}(1-\bar{p})} = \sqrt{9,65(1-0,048)} = 3,03$$

- E os limites de controle:

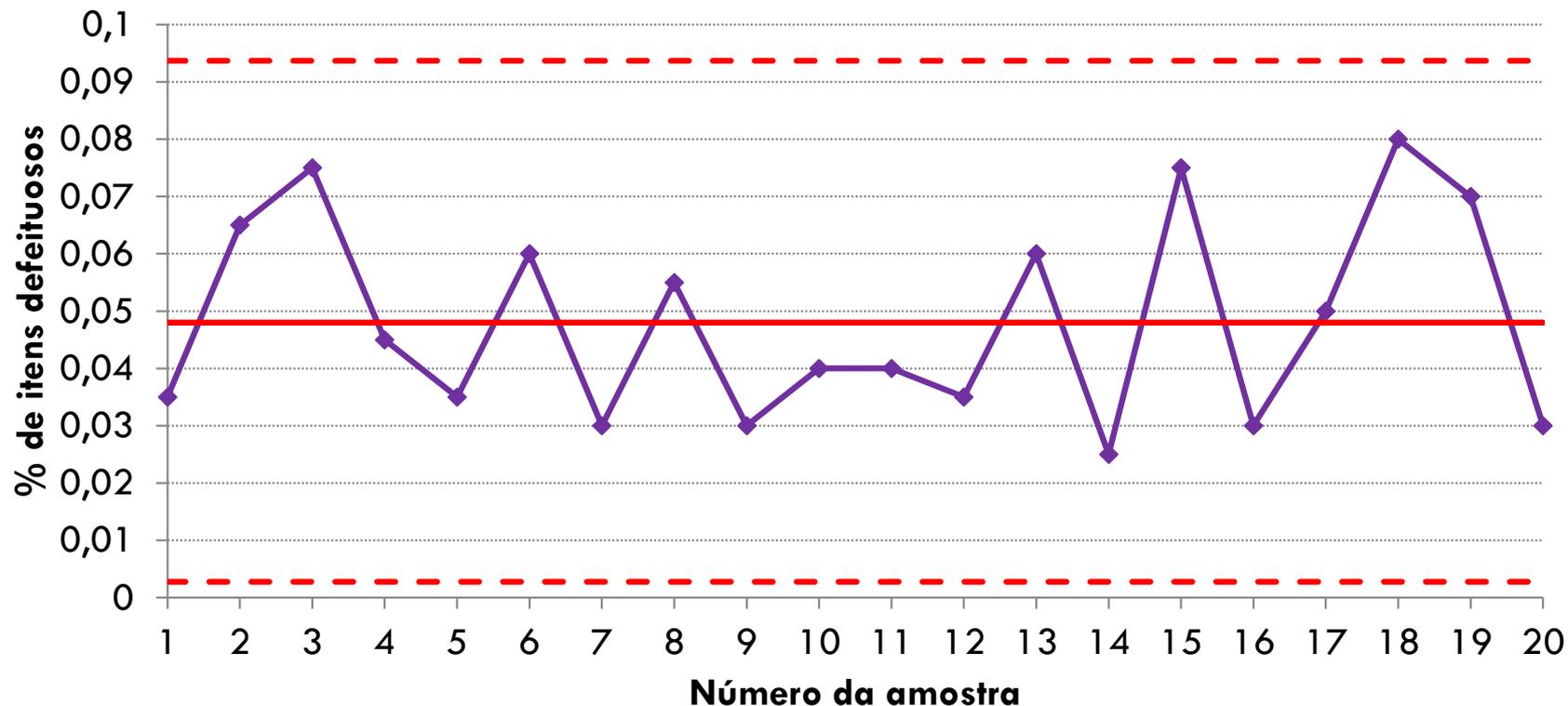
$$LCI = n\bar{p} - 3\sigma = 9,65 - 3 \cdot 3,03 = 0,56$$

$$LCS = n\bar{p} + 3\sigma = 9,65 + 3 \cdot 3,03 = 18,74$$

Carta de controle np



Carta de controle p (equivalente a np)



□ Como pode ser observado, apenas a escala das cartas de controle muda.

Atividade

Avaliativa 6:

Após a eliminação de todas as causas especiais um restaurante coletou 30 amostras de 200 clientes cada. A tabela abaixo mostra o número de clientes que se mostrou insatisfeito quanto à qualidade de atendimento e qualidade da comida servida. Construa a carta np:

Dia da Pesquisa	nº de clientes insatisfeitos
1	2
2	0
3	2
4	0
5	5
6	4
7	3
8	0
9	0
10	3
11	2
12	2
13	1
14	2
15	4
16	1
17	5
18	3
19	3
20	4
21	0
22	2
23	3
24	0
25	0
26	2
27	2
28	1
29	3
30	1

CARTA DE CONTROLE PARA ATRIBUTOS CARTA C

Gestão da Produção

Prof. Eveline Pereira

Carta c para número de defeitos

- ✓ A **carta c** monitora o número de não-conformidades (defeitos) verificadas em **uma** amostra.
- ✓ É importante não confundir os termos não-conforme e não-conformidade:
 - ▣ não-conforme = defeituoso \Rightarrow se refere ao produto
 - ▣ não-conformidades = defeitos \Rightarrow lembre-se que um produto pode ter mais de uma não-conformidade

Utilidade da carta c

- ✓ Quando os defeitos estão dispersos em um meio contínuo, como por exemplo:
 - ▣ Número de falhas por m^2 de tecido
 - ▣ Número de imperfeições por km de pavimento
 - ▣ Quando um produto pode apresentar mais de um tipo de defeito

- ✓ Coleta de dados
 - ▣ Deve-se especificar o tamanho (constante) da amostra, ou seja, número de unidades, ou área (m^2) ou comprimento (m), etc.
 - ▣ Então, se anota o número de não conformidades verificado em cada amostra.

Cálculo dos limites de controle

- ✓ Inicialmente calcula-se o número médio de não-conformidades

$$\bar{c} = \frac{c_1 + c_2 + \dots + c_k}{k}$$

$$\sigma = \sqrt{\bar{c}}$$

□ onde c_i é o número de não-conformidades na amostra i .

- ✓ Após calcula-se os limites de controle usando:

$$LCS = \bar{c} + 3\sqrt{\bar{c}}$$

$$LCI = \bar{c} - 3\sqrt{\bar{c}}$$

Exemplo (carta c): os dados a seguir representam o número de defeitos de pintura (não-conformidades) observados na pintura da lataria de ônibus:

$$\bar{c} = \frac{\sum c_i}{k} = \frac{173}{20} = 8,65$$

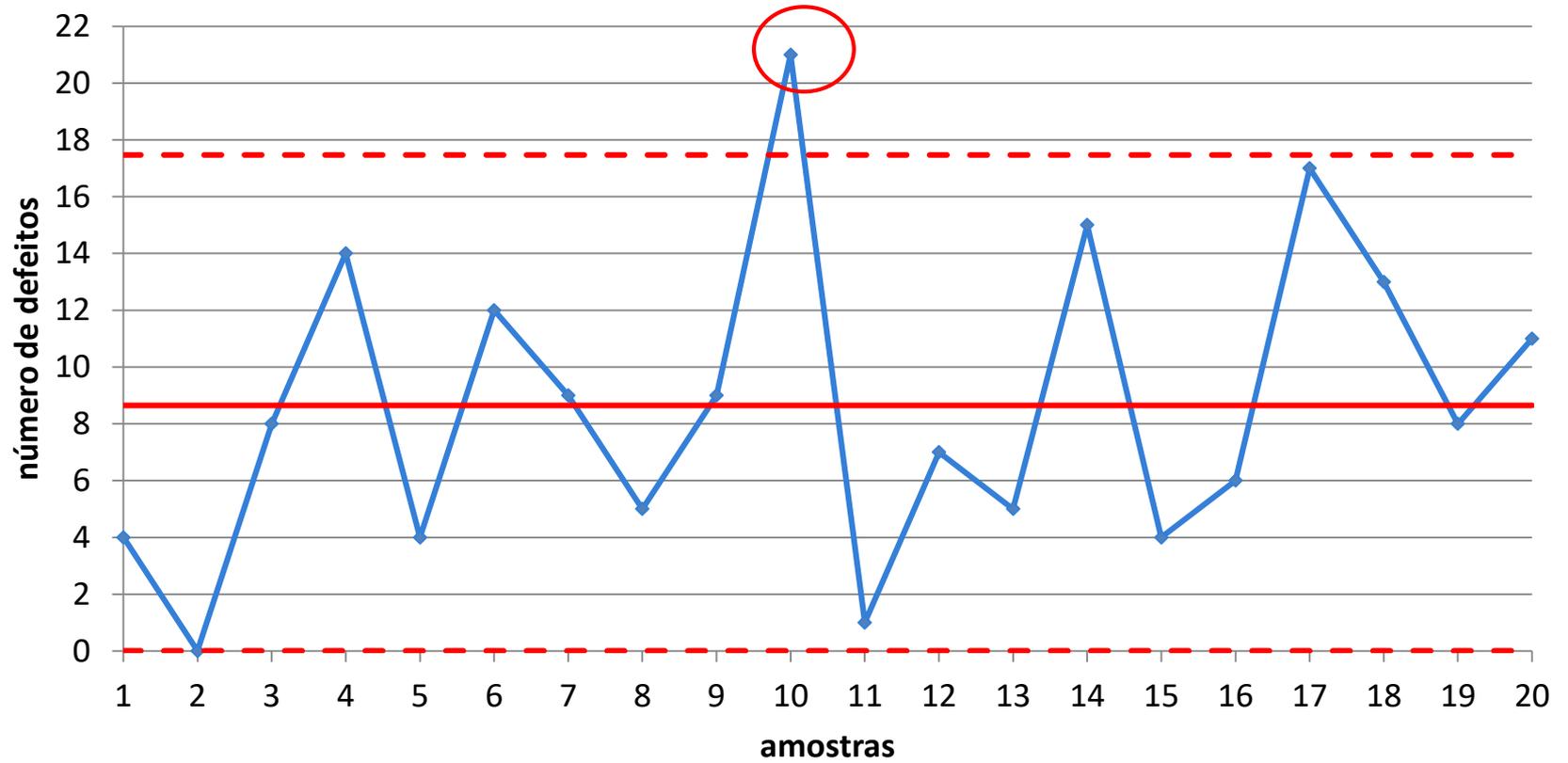
$$\sigma = \sqrt{\bar{c}} = 2,94$$

$$LCS = \bar{c} + 3\sigma = 17,47$$

$$LCI = \bar{c} - 3\sigma = -0,17 \approx 0$$

Caverna	c	Caverna	c
1	4	11	1
2	0	12	7
3	8	13	5
4	14	14	15
5	4	15	4
6	12	16	6
7	9	17	17
8	5	18	13
9	9	19	8
10	21	20	11

Carta c



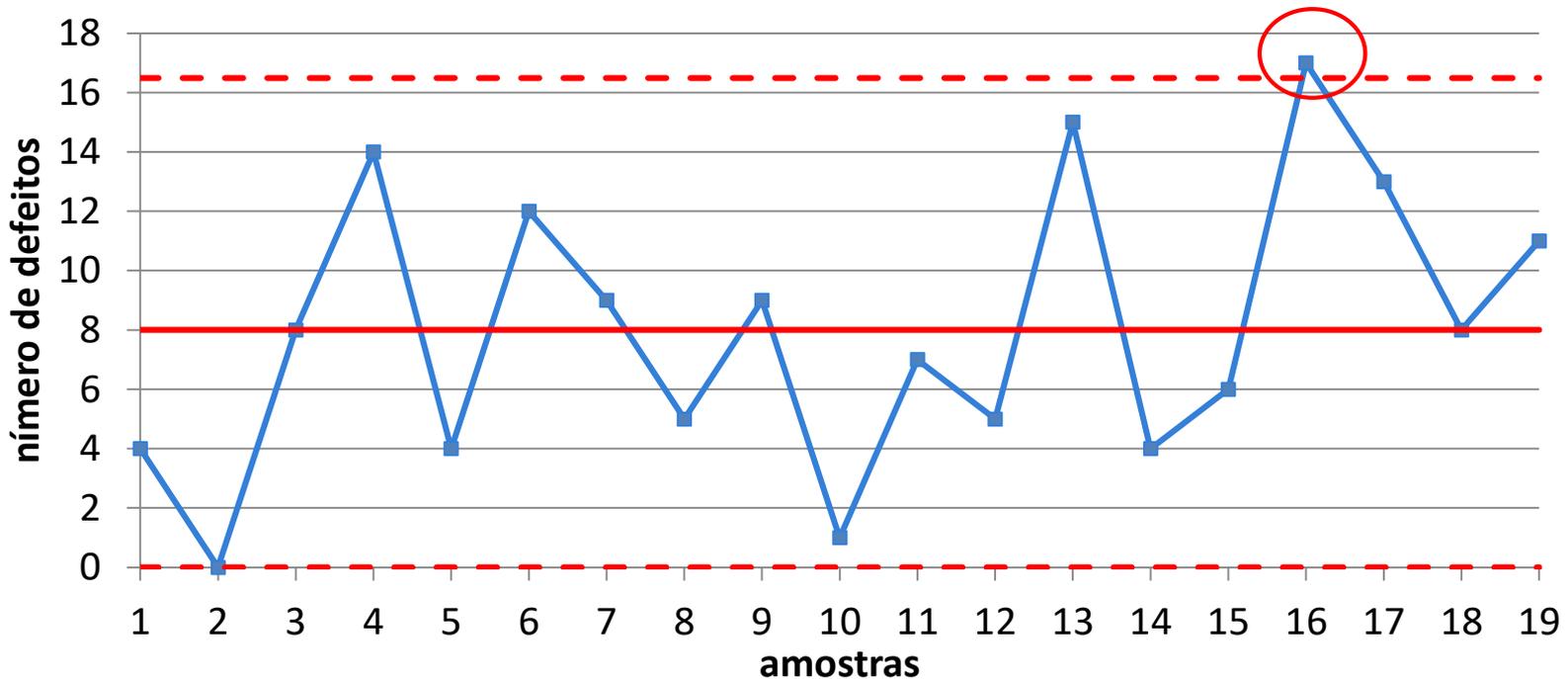
Carta de controle c

↪ Como o processo apresentou uma causa especial, deve-se recalcular os limites de controle eliminando a amostra 10.

↪ Os LCs recalculados, ficam:

□ $LCS = 16,48$

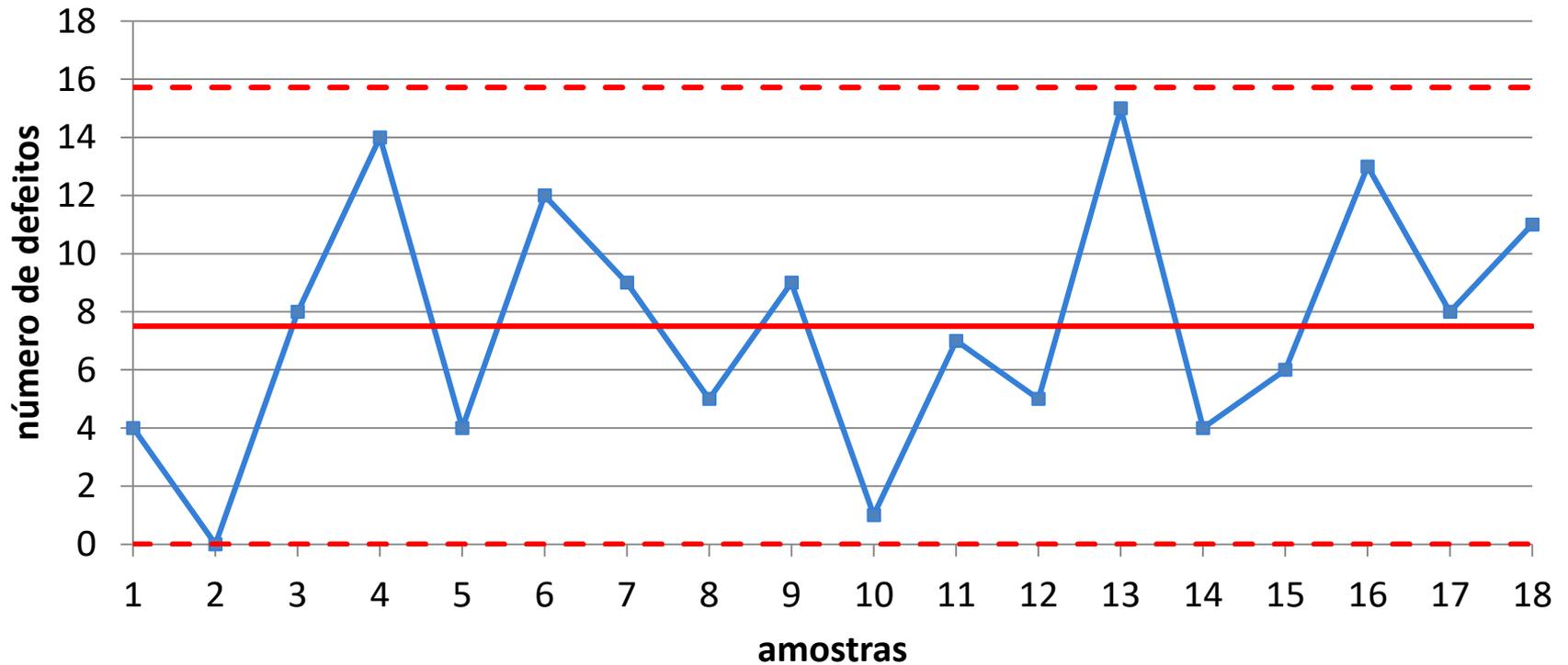
□ $LCI = -0,49 \approx 0,00$



Recalculando novamente...

□ $LIC = -0,72 \approx 0$

□ $LSC = 15,72$



Atividade

Avaliativa 7:

A tabela apresenta os valores para número de defeitos em amostras de 10 placas de circuitos impressos. Construa a carta C e avalie o processo:

n° da amostra	n° de defeitos
1	10
2	8
3	14
4	23
5	18
6	20
7	12
8	4
9	17
10	17
11	19
12	15
13	6
14	20
15	16
16	5
17	13
18	6
19	11
20	23

CARTA DE CONTROLE PARA ATRIBUTOS CARTA *U*

Gestão da Produção

Prof. Eveline Pereira

Carta u para número de defeitos por unidade

- ✓ A **carta u** monitora o número de não-conformidades por unidade produzida.
- ✓ É similar a carta c exceto que o número de não-conformidades é expresso em relação a cada unidade.
- ✓ A carta u é útil quando a amostra contém mais de uma unidade, e quando o **tamanho da amostra varia**.
- ✓ **As amostras não precisam ter o mesmo tamanho**. Conta-se o número de não conformidades da amostra, c , registra-se:

$$u = c / n$$

Cálculo dos limites de controle

- ✓ Inicialmente se calcula o número médio de não conformidades por unidade:

$$\bar{u} = \frac{c_1 + c_2 + \dots + c_k}{n_1 + n_2 + \dots + n_k}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\bar{u}}{n_i}}$$

- ✓ onde c_i é o número de não conformidades na amostra i
- ✓ n_i é o tamanho da amostra i

Em seguida, os limites de controle são calculados como:

$$LCI = \bar{u} - 3\sigma$$

$$LCS = \bar{u} + 3\sigma$$

Se houver diferenças nos tamanhos dos subgrupos, também haverá diferenças nos limites de controle, que irão aparecer como uma linha dentada.

Cálculo dos limites de controle

- ✓ Se a diferença nos tamanhos de amostras for pequena (<25%), pode-se usar a média dos tamanhos de amostras. Dessa forma, o desvio-padrão será calculado, usando-se:

$$\sigma_u = \sqrt{\frac{\bar{u}}{\bar{n}}}$$

Exemplo (carta u): Os dados a seguir representam o número de defeitos superficiais observados em lotes de matéria prima.

Lote	No. de unidades (n)	No. de não conformidades (c)	No. de não conformidades por unidade (u)
1	10	13	1,3
2	10	11	1,1
3	10	8	0,8
4	12	20	1,7
5	12	15	1,3
6	10	10	1,0
7	10	13	1,3
8	12	19	1,6
9	10	15	1,5
10	10	9	0,9
Soma	106	133	12,5

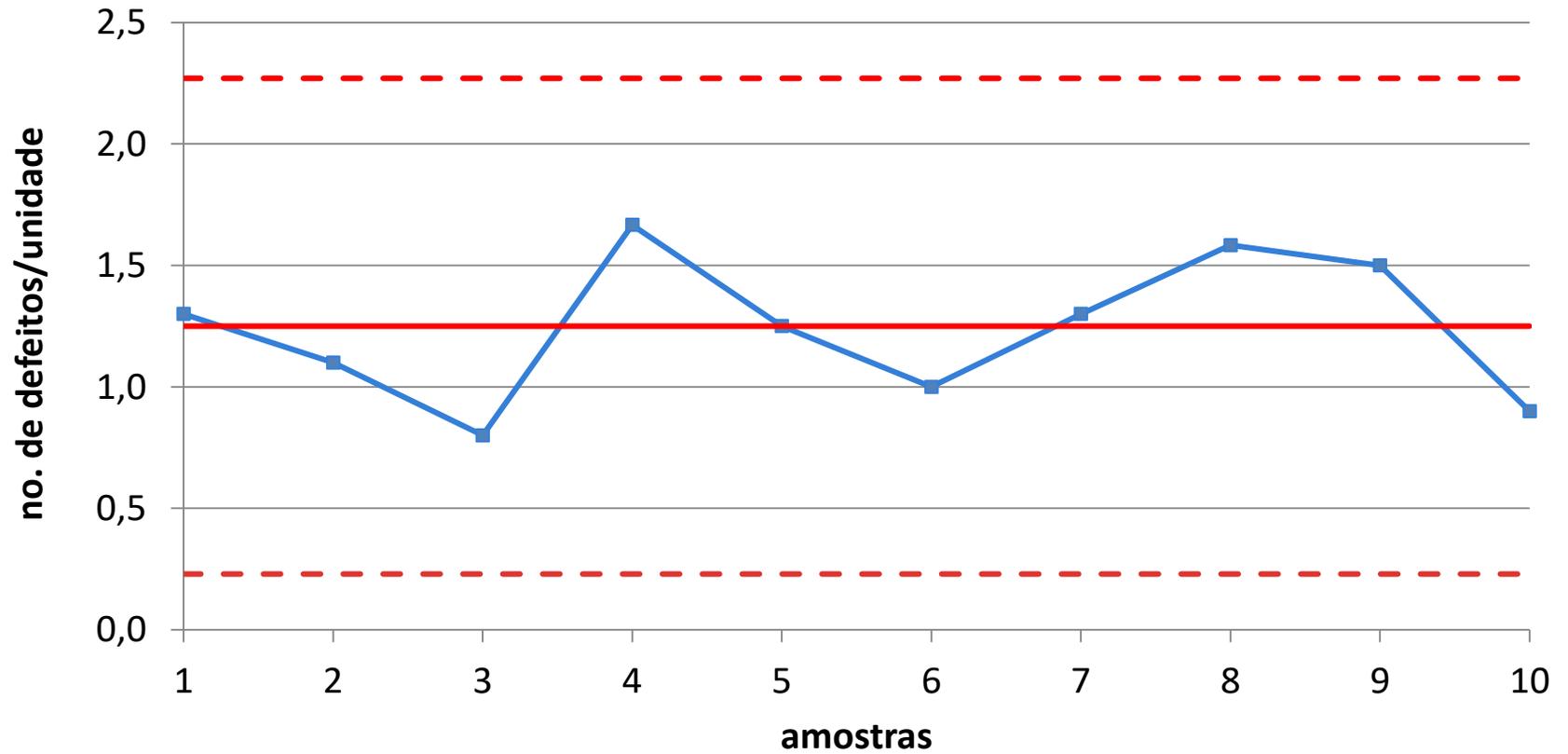
$$\bar{u} = \frac{\sum c_i}{\sum n_i} = \frac{133}{106} = 1,25$$

$$LCS = \bar{u} + 3\sigma = 1,25 + 3 * 0,34 = 2,27$$

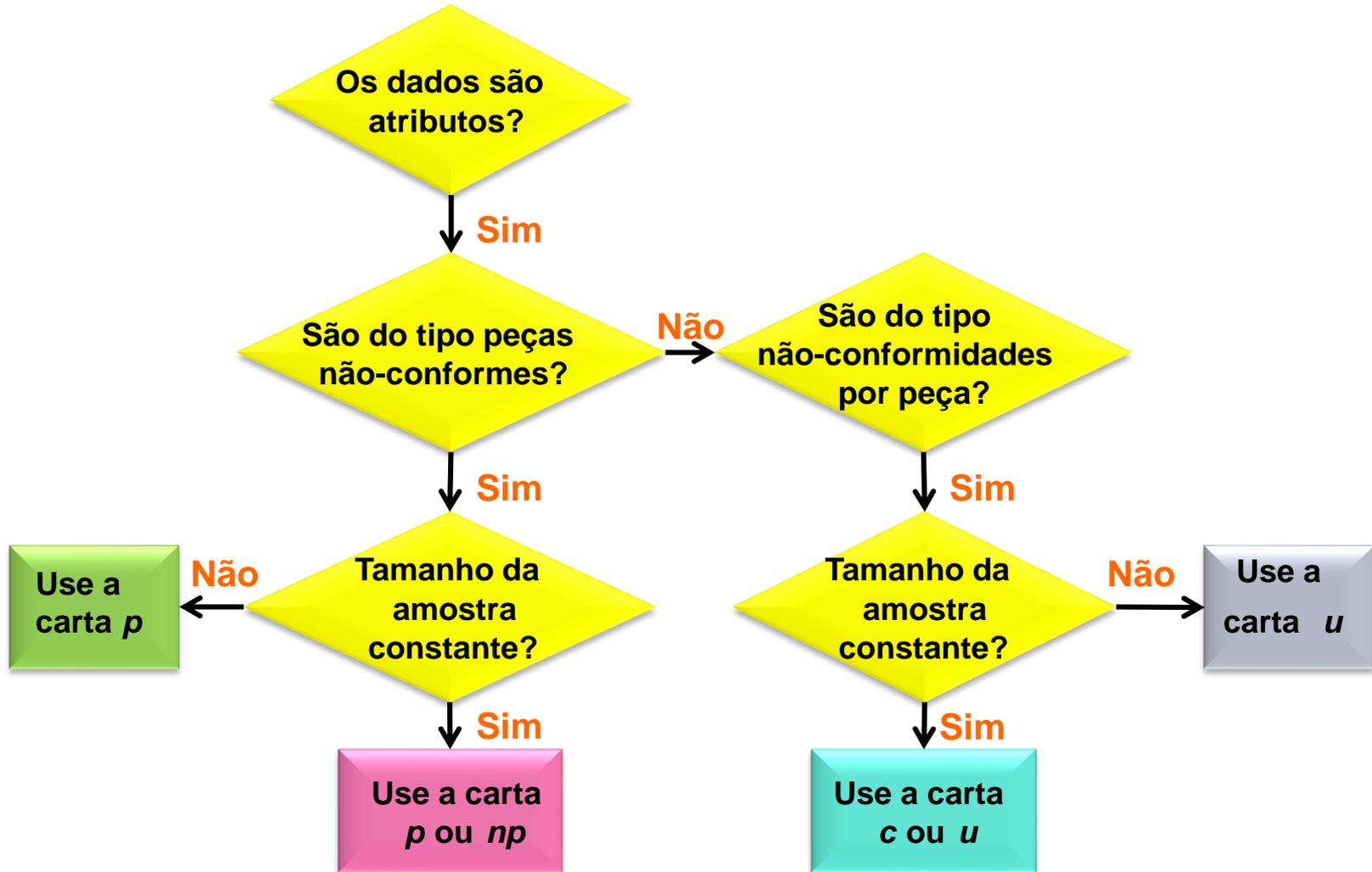
$$\sigma = \sqrt{\frac{\bar{u}}{\bar{n}}} = \sqrt{\frac{1,25}{10,6}} = 0,34$$

$$LCI = \bar{u} - 3\sigma = 1,25 - 3 * 0,34 = 0,23$$

Carta u



Escolha do tipo de carta de controle:



Capacidade do processo

- Após a identificação e eliminação das causas especiais, o processo pode ser avaliado em relação a sua capacidade.
- No caso de atributos, a capacidade pode ser expressa como a percentagem de produtos conformes que o processo produz, ou seja,

$$\text{Capacidade} = (1 - \bar{p})$$

- Assim, se um processo tem $\bar{p} = 0,031$ a sua capacidade será:

$$C_p = 1 - 0,031 = 96,9\%$$

Capacidade do processo

- Essa capacidade deve ser comparada com as expectativas e metas gerenciais. Caso ela não seja satisfatória, a gerência deve agir sobre o sistema (causas comuns).
- Alternativamente, o percentual de não conformes pode ser comparado com as expectativas e metas gerenciais, gerando um índice de capacidade C_p .

$$C_p = \frac{P_{meta}}{\bar{p}}$$

- Caso $C_p < 1$, a gerência deve agir sobre o sistema.

Atividade Avaliativa

- Em uma empresa têxtil as roupas tingidas são inspecionadas para a ocorrência de defeitos por 50 metros quadrados. Os dados dos 10 lotes de inspeção estão na tabelados. Usaremos estes dados para ajustar uma carta de controle para as não-conformidades por unidades.

Lote	Quantidade metros quadrados	Não-conformidades (c)	Unidades inspecionadas (n)
1	500	14	10
2	400	12	8
3	650	20	13
4	500	11	10
5	475	7	9,5
6	500	10	10
7	600	21	12
8	525	16	10,5
9	600	19	12
10	625	23	12,5